Exercice : dénombrabilité Montrer que $\mathbb{N}^2$ est dénombrable :

Donner une suite à valeurs dans $\mathbb{N}^2$ qui passe par tous les couples de valeurs possibles (surjection de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}^2$).

Indication : géométriquement / plus savante. ($(p,q) \mapsto 2^p(2q+1)$)

Suite : idem pour $\mathbb{Z}$ puis $\mathbb{Q}$.

Exercice : relations d'équivalence Montrer que ces relations sont des relations d'équivalence le cas échéant :

- sur $\mathbb{C}$: être du même module.
- (spé maths) sur $\mathbb{Z}$: être congru modulo k (k entier quelconque)
- sur l'ensemble des suites : uRv si et seulement si $u - v$ est bornée.

Exercice : paradoxe de Russell Démontrer le paradoxe de Russell (il n'existe pas d'ensemble de tous les ensembles).

Indication : considérer l'ensemble des ensembles qui n'appartiennent pas à eux-mêmes.

Suite : montrer que « être en bijection avec » n'est pas une relation d'équivalence.

Exercice Montrer que $\mathcal{P}(E)$ n'est pas en bijection avec E.

Question de cours Somme des n premiers carrés.

Question de cours Si $f \circ g$ est injective, que dire de f, de g ? Même question si c'est surjectif.