Relations de récurrence linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

Révisions sur les suites récurrentes linéaires du second ordre.

Exercice 1. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 10

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}+u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 2. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 10

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}-u_{n+1}-u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 3. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 10

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}-15u_{n+1}+2u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 4. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 10

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}+7u_{n+1}+u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 5. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 10

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}+2u_{n+1}+2u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 6. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 11

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}-u_{n+1}+u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 7. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 11

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}-u_{n+1}-3u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 8. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 11

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}-u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 9. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 11

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}-6u_{n+1}+9u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 10. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 12

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_{n+2}-2u_{n+1}+u_n=0. \tag{E}$$

Exercice 11. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 12

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 12. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 12

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 2u_{n+1} - 3u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 13. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 12

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 4u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 14. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 12

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 15. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 13

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 2u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 16. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 13

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 17. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 13

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 18. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 13

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 19. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 14

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 7u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 20. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 14

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 6u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 21. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 14

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 22u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 22. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n \geqslant 0}$ vérifiant : → page 14

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 23. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 14

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + 2u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 24. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 15

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 16u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 25. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 15

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 2u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 26. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 15

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + 68u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 27. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 15

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 28. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 16

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 29. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 16

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 25u_{n+1} - 11u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 30. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 16

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - 3u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 31. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 16

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 13u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 32. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 16

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 33. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 17

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + 3u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 34. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 17

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 35. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 17

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + 3u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 36. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 17

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 15u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 37. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 18

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 3u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 38. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 18

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 39. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 18

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 40. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 18

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 46u_{n+1} - 3u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 41. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 19

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 42. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 19

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 43. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 19

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 44. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 19

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 2u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 45. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 19

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 6u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 46. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 20

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 3u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 47. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 20

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 2u_{n+1} + 10u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 48. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 20

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 49. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 20

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 50. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 21

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 51. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 21

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + 2u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 52. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 21

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + 5u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 53. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 21

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} - 9u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 54. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 22

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 4u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 55. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 22

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 5u_{n+1} - 4u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 56. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 22

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 2u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 57. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 22

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + 24u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 58. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 22

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 59. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 23

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 23u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 60. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 23

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 61. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 23

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 62. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 23

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + 6u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 63. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 24

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 64. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 24

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 3u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 65. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 24

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 66. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 24

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 245u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 67. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 25

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 20u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 68. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 25

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 3u_{n+1} + 54u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 69. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 25

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 70. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 25

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 20u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 71. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 25

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 13u_{n+1} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 72. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 26

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 2u_{n+1} + 5u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 73. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 26

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 74. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 26

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 8u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 75. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 26

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 76. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 27

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 14u_{n+1} + 6u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 77. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 27

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 3u_{n+1} - 3u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 78. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 27

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 4u_{n+1} - 2u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 79. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 27

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 3u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 80. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 27

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 81. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 28

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 82. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 28

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 4u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 83. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 28

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 84. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 28

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 85. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 29

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} + 2u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 86. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 29

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 87. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 29

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} - 4u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 88. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 29

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 6u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 89. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 29

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + 2u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 90. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 30

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + 30u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 91. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 30

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} - u_n = 0. \qquad (E)$$

Exercice 92. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 30

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 93. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 30

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + 16u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 94. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 31

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} + 20u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 95. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 31

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 4u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 96. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 31

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 97. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 31

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 2u_{n+1} - 16u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 98. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 31

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 99. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 32

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - 2u_{n+1} + 2u_n = 0. \tag{E}$$

Exercice 100. Déterminer les suites réelles $(u_n)_{n\geqslant 0}$ vérifiant : → page 32

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} - u_{n+1} - 2u_n = 0. \tag{E}$$

Corrigé 1. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions complexes $r_1 = i$ et $r_2 = -i$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{2} i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 2. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 3. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 15\,r + 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 2 = 217$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{15+\sqrt{217}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{15-\sqrt{217}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{217} + \frac{15}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{217} + \frac{15}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 4. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 7\,r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 = 45$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-7+\sqrt{45}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{7}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-7-\sqrt{45}}{2} = -\frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{7}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{7}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{7}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 5. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 2\,r + 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 2^2 - 4 \times 2 = -4$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation ← page 1

caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-2+i\sqrt{4}}{2} = -1+i$ et $r_2 = \dfrac{-2-i\sqrt{4}}{2} = -1-i$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{2}e^{\frac{3}{4}i\,\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \left(a\cos\left(\frac{3}{4}\,\pi n\right) + b\sin\left(\frac{3}{4}\,\pi n\right)\right)2^{\frac{1}{2}\,n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 6. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4\times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{3}i\,\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{3}\,\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{3}\,\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 7. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 3 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4\times(-3) = 13$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{13} + \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{13} + \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 8. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 1$ et $r_2 = -1$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\,b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 9. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 6\,r + 9 = 0$. Identité remarquable oblige, on reconnaît là : $(r-3)^2 = 0$, et on en déduit que l'équation caractéristique admet pour unique solution : $r = 3$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (an+b)3^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 10. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-2r+1=0$. Identité remarquable oblige, on reconnaît là : $(r-1)^2=0$, et on en déduit que l'équation caractéristique admet pour unique solution : $r=1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = an+b, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 11. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+r+1=0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2-4\times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{2}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 1

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{2}{3}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 12. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+2r-3=0$. Son discriminant est : $\Delta = 2^2-4\times(-3) = 16$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-2+\sqrt{16}}{2} = 1$ et $r_2 = \dfrac{-2-\sqrt{16}}{2} = -3$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-3)^n\, b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 13. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-4r-1=0$. Son discriminant est : $\Delta = (-4)^2-4\times(-1) = 20$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{4+\sqrt{20}}{2} = \sqrt{5}+2$ et $r_2 = \dfrac{4-\sqrt{20}}{2} = -\sqrt{5}+2$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\sqrt{5}+2\right)^n + b\left(-\sqrt{5}+2\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 14. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-r+1=0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2-4\times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme ← page 2

exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{3}\pi n\right), \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 15. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 2r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-1) = 8$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{2+\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}+1$ et $r_2 = \dfrac{2-\sqrt{8}}{2} = -\sqrt{2}+1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\sqrt{2}+1\right)^n + b\left(-\sqrt{2}+1\right)^n, \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 16. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\right)^n + b\left(-\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\right)^n, \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 17. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{3}\pi n\right), \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 18. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions complexes $r_1 = i$ et $r_2 = -i$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{2}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 19. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 7 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = \sqrt{7}$ et $r_2 = -\sqrt{7}$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 7^{\frac{1}{2}n} a + b\left(-\sqrt{7}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 20. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 6\,r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) = 40$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-6 + \sqrt{40}}{2} = \sqrt{10} - 3$ et $r_2 = \dfrac{-6 - \sqrt{40}}{2} = -\sqrt{10} - 3$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\sqrt{10} - 3\right)^n + b\left(-\sqrt{10} - 3\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 21. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 22\,r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-22)^2 - 4 \times 1 = 480$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{22 + \sqrt{480}}{2} = 2\sqrt{30} + 11$ et $r_2 = \dfrac{22 - \sqrt{480}}{2} = -2\sqrt{30} + 11$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(2\sqrt{30} + 11\right)^n + b\left(-2\sqrt{30} + 11\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 22. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r - 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-2) = 9$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{9}}{2} = 1$ et $r_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{9}}{2} = -2$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 2

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-2)^n\, a + b, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 23. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 2 = -7$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1 + i\sqrt{7}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1 - i\sqrt{7}}{2}$. Or la forme ← page 3

exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{2}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\, 2^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 24. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 16\,r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 16^2 - 4\times 1 = 252$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-16+\sqrt{252}}{2} = 3\sqrt{7} - 8$ et $r_2 = \dfrac{-16-\sqrt{252}}{2} = -3\sqrt{7} - 8$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(3\sqrt{7} - 8\right)^n + b\left(-3\sqrt{7} - 8\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 25. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 2\,r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-1) = 8$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{2+\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}+1$ et $r_2 = \dfrac{2-\sqrt{8}}{2} = -\sqrt{2}+1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\sqrt{2} + 1\right)^n + b\left(-\sqrt{2} + 1\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 26. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 68 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 68 = -271$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1+i\sqrt{271}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-i\sqrt{271}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = 2\sqrt{17}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\left(2\sqrt{17}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 27. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{2}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{2}{3}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 28. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+r-2=0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4\times(-2) = 9$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1+\sqrt{9}}{2} = 1$ et $r_2 = \dfrac{-1-\sqrt{9}}{2} = -2$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-2)^n\, a + b, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 29. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 25\,r - 11 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 25^2 - 4\times(-11) = 669$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-25+\sqrt{669}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-25-\sqrt{669}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\frac{1}{2}\sqrt{669} - \frac{25}{2}\right)^n + b\left(-\frac{1}{2}\sqrt{669} - \frac{25}{2}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 30. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+r-3=0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4\times(-3) = 13$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1+\sqrt{13}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\frac{1}{2}\sqrt{13} - \frac{1}{2}\right)^n + b\left(-\frac{1}{2}\sqrt{13} - \frac{1}{2}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 31. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 13\,r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 13^2 - 4\times 1 = 165$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-13+\sqrt{165}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-13-\sqrt{165}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\frac{1}{2}\sqrt{165} - \frac{13}{2}\right)^n + b\left(-\frac{1}{2}\sqrt{165} - \frac{13}{2}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 32. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à ← page 3

coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-1=0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1=1$ et $r_2=-1$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\, b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 33. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+r+3=0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2-4\times 3=-11$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1+i\sqrt{11}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-i\sqrt{11}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{3}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta)+b\sin(n\theta))\, 3^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 34. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+2\,r+1=0$. Identité remarquable oblige, on reconnaît là : $(r+1)^2=0$, et on en déduit que l'équation caractéristique admet pour unique solution : $r=-1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (an+b)\,(-1)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 35. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+r+3=0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2-4\times 3=-11$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1+i\sqrt{11}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-i\sqrt{11}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{3}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta)+b\sin(n\theta))\, 3^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 36. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+15\,r+1=0$. Son discriminant est : $\Delta = 15^2-4\times 1=221$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-15+\sqrt{221}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-15-\sqrt{221}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{221}-\frac{15}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{221}-\frac{15}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 37. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 3r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-3)^2 - 4 \times (-1) = 13$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{3-\sqrt{13}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{13} + \frac{3}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{13} + \frac{3}{2}\Big)^n, \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 38. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{3}\pi n\right), \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 39. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{2}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{2}{3}\pi n\right), \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 40. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 46r - 3 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 46^2 - 4 \times (-3) = 2128$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-46+\sqrt{2128}}{2} = 2\sqrt{133} - 23$ et $r_2 = \dfrac{-46-\sqrt{2128}}{2} = -2\sqrt{133} - 23$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(2\sqrt{133} - 23\Big)^n + b\Big(-2\sqrt{133} - 23\Big)^n, \quad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 41. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 42. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 43. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{3}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 44. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 2r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-1) = 8$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{2+\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}+1$ et $r_2 = \dfrac{2-\sqrt{8}}{2} = -\sqrt{2}+1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 4

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\big(\sqrt{2}+1\big)^n + b\big(-\sqrt{2}+1\big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 45. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 6 = 0$. Elle admet immédiatement ← page 4

pour solutions réelles $r_1 = \sqrt{6}$ et $r_2 = -\sqrt{6}$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 6^{\frac{1}{2}n} a + b\left(-\sqrt{6}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 46. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 3\,r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) = 13$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\frac{1}{2}\sqrt{13} - \frac{3}{2}\right)^n + b\left(-\frac{1}{2}\sqrt{13} - \frac{3}{2}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 47. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+2\,r+10 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 2^2 - 4 \times 10 = -36$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-2+i\sqrt{36}}{2} = -1+3i$ et $r_2 = \dfrac{-2-i\sqrt{36}}{2} = -1-3i$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{10}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\,10^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 48. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{3}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{3}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 49. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites ← page 5

récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 50. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+2\,r+1=0$. Identité remarquable oblige, on reconnaît là : $(r+1)^2=0$, et on en déduit que l'équation caractéristique admet pour unique solution : $r=-1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (an+b)\,(-1)^n\,, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 51. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-r+2=0$. Son discriminant est : $\Delta=(-1)^2-4\times 2=-7$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1=\dfrac{1+i\sqrt{7}}{2}$ et $r_2=\dfrac{1-i\sqrt{7}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1=\sqrt{2}e^{i\theta}$, où $\theta\in\mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta)+b\sin(n\theta))\,2^{\frac{1}{2}\,n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 52. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-r+5=0$. Son discriminant est : $\Delta=(-1)^2-4\times 5=-19$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1=\dfrac{1+i\sqrt{19}}{2}$ et $r_2=\dfrac{1-i\sqrt{19}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1=\sqrt{5}e^{i\theta}$, où $\theta\in\mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta)+b\sin(n\theta))\,5^{\frac{1}{2}\,n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 53. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-r-9=0$. Son discriminant est : $\Delta=(-1)^2-4\times(-9)=37$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1=\dfrac{1+\sqrt{37}}{2}$ et $r_2=\dfrac{1-\sqrt{37}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{37}+\frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{37}+\frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 54. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+4=0$. Elle admet immédiatement pour solutions complexes $r_1=2i$ et $r_2=-2i$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1=2e^{\frac{1}{2}i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=\left(a\cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right)+b\sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right)\right)2^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 55. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-5\,r-4=0$. Son discriminant est : $\Delta=(-5)^2-4\times(-4)=41$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1=\dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$ et $r_2=\dfrac{5-\sqrt{41}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{41}+\frac{5}{2}\Big)^n+b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{41}+\frac{5}{2}\Big)^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 56. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+2\,r-1=0$. Son discriminant est : $\Delta=2^2-4\times(-1)=8$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1=\dfrac{-2+\sqrt{8}}{2}=\sqrt{2}-1$ et $r_2=\dfrac{-2-\sqrt{8}}{2}=-\sqrt{2}-1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=a\big(\sqrt{2}-1\big)^n+b\big(-\sqrt{2}-1\big)^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 57. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+r+24=0$. Son discriminant est : $\Delta=1^2-4\times 24=-95$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1=\dfrac{-1+i\sqrt{95}}{2}$ et $r_2=\dfrac{-1-i\sqrt{95}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1=2\sqrt{6}e^{i\theta}$, où $\theta\in\mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 5

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=(a\cos(n\theta)+b\sin(n\theta))\left(2\sqrt{6}\right)^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 58. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à ← page 6

coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{2}{3} i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{2}{3}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 59. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 23 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions complexes $r_1 = i\sqrt{23}$ et $r_2 = -i\sqrt{23}$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{23} e^{\frac{1}{2} i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \left(a\cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right)\right) 23^{\frac{1}{2} n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 60. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions complexes $r_1 = i$ et $r_2 = -i$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{2} i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 61. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions complexes $r_1 = i$ et $r_2 = -i$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{2} i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 62. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r + 6 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times 6 = -23$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + i\sqrt{23}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1 - i\sqrt{23}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{6} e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne ← page 6

parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\, 6^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 63. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 1$ et $r_2 = -1$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\, b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 64. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 3\,r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-3)^2 - 4 \times (-1) = 13$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{3-\sqrt{13}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{13} + \frac{3}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{13} + \frac{3}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 65. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 66. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 245\,r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 245^2 - 4 \times 1 = 60021$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-245+\sqrt{60021}}{2} = \frac{9}{2}\sqrt{741} - \frac{245}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-245-\sqrt{60021}}{2} = -\frac{9}{2}\sqrt{741} - \frac{245}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{9}{2}\sqrt{741} - \frac{245}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{9}{2}\sqrt{741} - \frac{245}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 67. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 20\,r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 20^2 - 4 \times (-1) = 404$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-20+\sqrt{404}}{2} = \sqrt{101} - 10$ et $r_2 = \dfrac{-20-\sqrt{404}}{2} = -\sqrt{101} - 10$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\sqrt{101} - 10\Big)^n + b\Big(-\sqrt{101} - 10\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 68. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 3\,r + 54 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 54 = -207$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{3+i\sqrt{207}}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{23}i$ et $r_2 = \dfrac{3-i\sqrt{207}}{2} = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{23}i$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = 3\sqrt{6}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 6

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\left(3\sqrt{6}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 69. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 70. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 20 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 2\sqrt{5}$ et $r_2 = -2\sqrt{5}$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(2\sqrt{5}\right)^n + b\left(-2\sqrt{5}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 71. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à ← page 7

coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 13\,r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 = 165$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-13+\sqrt{165}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-13-\sqrt{165}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{165} - \frac{13}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{165} - \frac{13}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 72. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 2\,r + 5 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 5 = -16$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{2+i\sqrt{16}}{2} = 1 + 2i$ et $r_2 = \dfrac{2-i\sqrt{16}}{2} = 1 - 2i$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{5}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\, 5^{\frac{1}{2}\,n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 73. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 1$ et $r_2 = -1$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\, b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 74. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 8\,r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 8^2 - 4 \times (-1) = 68$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-8+\sqrt{68}}{2} = \sqrt{17} - 4$ et $r_2 = \dfrac{-8-\sqrt{68}}{2} = -\sqrt{17} - 4$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\big(\sqrt{17} - 4\big)^n + b\big(-\sqrt{17} - 4\big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 75. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions complexes $r_1 = i$ et $r_2 = -i$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{2}i\,\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\cos\left(\frac{1}{2}\,\pi n\right) + b\sin\left(\frac{1}{2}\,\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 76. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-14\,r+6=0$. Son discriminant est : $\Delta=(-14)^2-4\times 6=172$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1=\dfrac{14+\sqrt{172}}{2}=\sqrt{43}+7$ et $r_2=\dfrac{14-\sqrt{172}}{2}=-\sqrt{43}+7$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=a\Big(\sqrt{43}+7\Big)^n+b\Big(-\sqrt{43}+7\Big)^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 77. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-3\,r-3=0$. Son discriminant est : $\Delta=(-3)^2-4\times(-3)=21$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1=\dfrac{3+\sqrt{21}}{2}$ et $r_2=\dfrac{3-\sqrt{21}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{21}+\frac{3}{2}\Big)^n+b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{21}+\frac{3}{2}\Big)^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 78. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2+4\,r-2=0$. Son discriminant est : $\Delta=4^2-4\times(-2)=24$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1=\dfrac{-4+\sqrt{24}}{2}=\sqrt{6}-2$ et $r_2=\dfrac{-4-\sqrt{24}}{2}=-\sqrt{6}-2$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=a\Big(\sqrt{6}-2\Big)^n+b\Big(-\sqrt{6}-2\Big)^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 79. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-3\,r-1=0$. Son discriminant est : $\Delta=(-3)^2-4\times(-1)=13$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ et $r_2=\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 7

$$\forall n\in\mathbb{N},\quad u_n=a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{13}+\frac{3}{2}\Big)^n+b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{13}+\frac{3}{2}\Big)^n,\qquad \text{avec :}\quad (a,b)\in\mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 80. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2-r+1=0$. Son discriminant ← page 7

est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{1}{3} i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a \cos\left(\frac{1}{3}\pi n\right) + b \sin\left(\frac{1}{3}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 81. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 82. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 4 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 2$ et $r_2 = -2$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 2^n a + (-2)^n b, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 83. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 84. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r + 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 = -3$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = e^{\frac{2}{3} i\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a \cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right) + b \sin\left(\frac{2}{3}\pi n\right), \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 85. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r + 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 = -7$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + i\sqrt{7}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1 - i\sqrt{7}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{2}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\, 2^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 86. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 1$ et $r_2 = -1$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\, b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 87. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 4 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-4) = 17$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1 + \sqrt{17}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1 - \sqrt{17}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\frac{1}{2}\sqrt{17} + \frac{1}{2}\right)^n + b\left(-\frac{1}{2}\sqrt{17} + \frac{1}{2}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 88. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 6 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = \sqrt{6}$ et $r_2 = -\sqrt{6}$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 6^{\frac{1}{2}n} a + b\left(-\sqrt{6}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 89. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 2 = -7$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1 + i\sqrt{7}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1 - i\sqrt{7}}{2}$. Or la forme ← page 8

exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{2}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\, 2^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 90. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 30 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 30 = -119$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1 + i\sqrt{119}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1 - i\sqrt{119}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{30}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\, 30^{\frac{1}{2}n}, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 91. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 8

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\right)^n + b\left(-\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 92. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 1$ et $r_2 = -1$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\, b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 93. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + 16\,r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 16^2 - 4 \times (-1) = 260$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-16 + \sqrt{260}}{2} = \sqrt{65} - 8$ et $r_2 = \dfrac{-16 - \sqrt{260}}{2} = -\sqrt{65} - 8$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\left(\sqrt{65} - 8\right)^n + b\left(-\sqrt{65} - 8\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a,b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 94. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r + 20 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 20 = -79$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{1 + i\sqrt{79}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{1 - i\sqrt{79}}{2}$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = 2\sqrt{5}e^{i\theta}$, où $\theta \in \mathbb{R}$ est un argument de r_1, que vous ne parviendrez pas à écrire sous une forme simple et explicite. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (a\cos(n\theta) + b\sin(n\theta))\left(2\sqrt{5}\right)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 95. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 4 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 2$ et $r_2 = -2$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 2^n a + (-2)^n b, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 96. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 + r - 1 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) = 5$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ et $r_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n + b\Big(-\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 97. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 2r - 16 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-16) = 68$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{2 + \sqrt{68}}{2} = \sqrt{17} + 1$ et $r_2 = \dfrac{2 - \sqrt{68}}{2} = -\sqrt{17} + 1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = a\Big(\sqrt{17} + 1\Big)^n + b\Big(-\sqrt{17} + 1\Big)^n, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 98. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 1 = 0$. Elle admet immédiatement pour solutions réelles $r_1 = 1$ et $r_2 = -1$ (j'ose espérer que vous n'avez pas besoin de calculer un ← page 9

discriminant pour vous en rendre compte). La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\, b + a, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 99. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - 2\,r + 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 = -4$. Il est strictement négatif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont complexes, égales à $r_1 = \dfrac{2 + i\sqrt{4}}{2} = 1 + i$ et $r_2 = \dfrac{2 - i\sqrt{4}}{2} = 1 - i$. Or la forme exponentielle de r_1 est : $r_1 = \sqrt{2} e^{\frac{1}{4} i\,\pi}$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \left(a \cos\left(\frac{1}{4}\,\pi n\right) + b \sin\left(\frac{1}{4}\,\pi n\right)\right) 2^{\frac{1}{2}\,n}, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.

Corrigé 100. Nous avons à étudier une relation de récurrence linéaire du second ordre et à coefficients constants. Elle a pour équation caractéristique : $r^2 - r - 2 = 0$. Son discriminant est : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-2) = 9$. Il est strictement positif, et on en déduit que les solutions de l'équation caractéristique sont réelles, égales à $r_1 = \dfrac{1 + \sqrt{9}}{2} = 2$ et $r_2 = \dfrac{1 - \sqrt{9}}{2} = -1$. La théorie des suites récurrentes linéaires du second ordre nous permet d'en déduire que les suites réelles vérifiant (E) sont de la forme : ← page 9

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = (-1)^n\, a + 2^n b, \qquad \text{avec :} \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2.$$

D'où le résultat.