Reconnaître une primitive

💡 Reconnaître immédiatement une fonction de la forme $u' f'(u)$ pour en déduire une primitive (vous ne devez donc pas faire de calcul intégral dans ces exercices, ou vous vous y prenez mal).

Remarque. Je ne me soucie pas du domaine de définition des fonctions, ni dans les énoncés ni dans les corrigés.

Exercice 1. Déterminer les primitives de : → page 12

$$x \mapsto \frac{\cos(x) \ln(\sin(x))^{10}}{\sin(x)}.$$

Exercice 2. Déterminer les primitives de : → page 12

$$x \mapsto \frac{\left(\tan(x^2)^2 + 1\right)x}{\tan(x^2)^6}.$$

Exercice 3. Déterminer les primitives de : → page 12

$$x \mapsto \frac{\cos\left(\frac{2}{x^{34}}\right)}{x^{35} \sin\left(\frac{2}{x^{34}}\right)^2}.$$

Exercice 4. Déterminer les primitives de : → page 13

$$x \mapsto \frac{x \cos(12\,x^2)}{\sin(12\,x^2)^2}.$$

Exercice 5. Déterminer les primitives de : → page 13

$$x \mapsto \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x} \sin(\sqrt{x})^4}.$$

Exercice 6. Déterminer les primitives de : → page 13

$$x \mapsto \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)}{x^{\frac{5}{3}} \sin\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)^2}.$$

Exercice 7. Déterminer les primitives de : → page 14

$$x \mapsto \frac{2\,x \arctan(5\,x^2)^{13}}{25\,x^4 + 1}.$$

Exercice 8. Déterminer les primitives de : → page 14

$$x \mapsto -\frac{\sin\left(2\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\cos\left(2\sqrt{x}\right)^{11}}.$$

Exercice 9. Déterminer les primitives de : → page 15

$$x \mapsto \frac{\left(\tan(x)^2+1\right)\ln\left(\tan(x)\right)}{\tan(x)}.$$

Exercice 10. Déterminer les primitives de : → page 15

$$x \mapsto 2\left(\tan\left(x^2\right)^2+1\right)x\tan\left(x^2\right)^2.$$

Exercice 11. Déterminer les primitives de : → page 15

$$x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{284}{279}}\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)^3}.$$

Exercice 12. Déterminer les primitives de : → page 16

$$x \mapsto \frac{\ln\left(\ln(x+1)+1\right)^{12}}{(x+1)(\ln(x+1)+1)}.$$

Exercice 13. Déterminer les primitives de : → page 16

$$x \mapsto \frac{\arctan\left(e^x\right)^{20}e^x}{e^{(2x)}+1}.$$

Exercice 14. Déterminer les primitives de : → page 16

$$x \mapsto \cos\left(\cosh(x)\right)\sin\left(\cosh(x)\right)^6\sinh(x).$$

Exercice 15. Déterminer les primitives de : → page 17

$$x \mapsto \frac{\sinh\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\cosh\left(\sqrt{x}\right)^{14}}.$$

Exercice 16. Déterminer les primitives de : → page 17

$$x \mapsto \frac{\sinh\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\cosh\left(\frac{1}{x}\right)^2}.$$

Exercice 17. Déterminer les primitives de : → page 18

$$x \mapsto -\frac{x\sin\left(x^2\right)}{\cos\left(x^2\right)^2}.$$

Exercice 18. Déterminer les primitives de : → page 18

$$x \mapsto -\frac{\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2}.$$

Exercice 19. Déterminer les primitives de : → page 18

$$x \mapsto \cos(x)\cosh(4\,\sin(x))\sinh(4\,\sin(x))^3.$$

Exercice 20. Déterminer les primitives de : → page 19

$$x \mapsto -\cosh(\cos(x))^3\sin(x)\sinh(\cos(x)).$$

Exercice 21. Déterminer les primitives de : → page 19

$$x \mapsto \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)}{x^{\frac{10}{9}}\sin\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)^{23}}.$$

Exercice 22. Déterminer les primitives de : → page 19

$$x \mapsto \left(\tan(2\,\cosh(x))^2+1\right)\sinh(x)\tan(2\,\cosh(x))^6.$$

Exercice 23. Déterminer les primitives de : → page 20

$$x \mapsto \frac{x^4\cos(x^5)}{\sin(x^5)^2}.$$

Exercice 24. Déterminer les primitives de : → page 20

$$x \mapsto \frac{\arctan(63\,\cosh(x))\sinh(x)}{3969\,\cosh(x)^2+1}.$$

Exercice 25. Déterminer les primitives de : → page 20

$$x \mapsto -\frac{\ln(\cos(x))^3\sin(x)}{\cos(x)}.$$

Exercice 26. Déterminer les primitives de : → page 21

$$x \mapsto \frac{\left(\tan(4\,x^2)^2+1\right)x}{\tan(4\,x^2)^2}.$$

Exercice 27. Déterminer les primitives de : → page 21

$$x \mapsto \frac{\cos(x)\ln(2\sin(x))}{2\sin(x)}.$$

Exercice 28. Déterminer les primitives de : → page 21

$$x \mapsto \left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(3\tan(x))\sin(3\tan(x)).$$

Exercice 29. Déterminer les primitives de : → page 22

$$x \mapsto \frac{\cosh(\arctan(x))^2 \sinh(\arctan(x))}{x^2+1}.$$

Exercice 30. Déterminer les primitives de : → page 22

$$x \mapsto -\frac{\cos(\ln(x))^2 \sin(\ln(x))}{x}.$$

Exercice 31. Déterminer les primitives de : → page 22

$$x \mapsto -\frac{x\sin(x^2)}{\cos(x^2)^2}.$$

Exercice 32. Déterminer les primitives de : → page 23

$$x \mapsto \frac{x^2}{(x^6+1)\arctan(x^3)^2}.$$

Exercice 33. Déterminer les primitives de : → page 23

$$x \mapsto \frac{\ln(\arctan(x))^2}{(x^2+1)\arctan(x)}.$$

Exercice 34. Déterminer les primitives de : → page 23

$$x \mapsto \left(\tan(\sinh(x))^2 + 1\right)\cosh(x)\tan(\sinh(x)).$$

Exercice 35. Déterminer les primitives de : → page 24

$$x \mapsto -\frac{\sqrt{x}\sin\left(x^{\frac{3}{2}}\right)}{\cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^2}.$$

Exercice 36. Déterminer les primitives de : → page 24

$$x \mapsto \frac{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cosh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5}.$$

Exercice 37. Déterminer les primitives de : → page 25

$$x \mapsto \frac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^6}.$$

Exercice 38. Déterminer les primitives de : → page 25

$$x \mapsto \frac{\arctan\left(2\,\cosh\left(x\right)\right)\sinh\left(x\right)}{4\,\cosh\left(x\right)^2 + 1}.$$

Exercice 39. Déterminer les primitives de : → page 25

$$x \mapsto \frac{1}{x^{32}\left(\frac{5}{x^{31}} + 1\right)\ln\left(\frac{5}{x^{31}} + 1\right)^7}.$$

Exercice 40. Déterminer les primitives de : → page 26

$$x \mapsto \frac{1}{(x+1)\sqrt{x}\arctan\left(\sqrt{x}\right)^2}.$$

Exercice 41. Déterminer les primitives de : → page 26

$$x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} + 1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} + 1\right)^2}.$$

Exercice 42. Déterminer les primitives de : → page 27

$$x \mapsto \frac{\left(\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2 + 1\right)\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2}{x+1}.$$

Exercice 43. Déterminer les primitives de : → page 27

$$x \mapsto \cos\left(x\right)\cos\left(\sin\left(x\right)\right)\sin\left(\sin\left(x\right)\right).$$

Exercice 44. Déterminer les primitives de : → page 27

$$x \mapsto -\cosh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)\sin\left(x\right)\sinh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)^{13}.$$

Exercice 45. Déterminer les primitives de : → page 28

$$x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 1\right)\ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 1\right)^2}.$$

Exercice 46. Déterminer les primitives de : → page 28

$$x \mapsto \cos\left(2\,\sinh\left(x\right)\right)\cosh\left(x\right)\sin\left(2\,\sinh\left(x\right)\right)^{2}.$$

Exercice 47. Déterminer les primitives de : → page 28

$$x \mapsto \frac{\tan\left(\frac{1}{x}\right)^{2}+1}{x^{2}\tan\left(\frac{1}{x}\right)^{3}}.$$

Exercice 48. Déterminer les primitives de : → page 29

$$x \mapsto -\left(\tan\left(3\,\cos\left(x\right)\right)^{2}+1\right)\sin\left(x\right)\tan\left(3\,\cos\left(x\right)\right).$$

Exercice 49. Déterminer les primitives de : → page 29

$$x \mapsto \frac{2\,x\ln\left(149\,x^{2}+1\right)^{14}}{149\,x^{2}+1}.$$

Exercice 50. Déterminer les primitives de : → page 29

$$x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)^{2}}.$$

Exercice 51. Déterminer les primitives de : → page 30

$$x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{7}{9}}\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)\ln\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)^{2}}.$$

Exercice 52. Déterminer les primitives de : → page 30

$$x \mapsto -e^{\left(8\,\cos(x)\right)}\sin\left(x\right).$$

Exercice 53. Déterminer les primitives de : → page 30

$$x \mapsto \cos\left(3\,\cosh\left(x\right)\right)\sin\left(3\,\cosh\left(x\right)\right)^{4}\sinh\left(x\right).$$

Exercice 54. Déterminer les primitives de : → page 31

$$x \mapsto \left(\tan\left(7\,e^{x}\right)^{2}+1\right)e^{x}\tan\left(7\,e^{x}\right).$$

Exercice 55. Déterminer les primitives de : → page 31

$$x \mapsto \left(\tan\left(x\right)^{2}+1\right)\cos\left(\tan\left(x\right)\right)\sin\left(\tan\left(x\right)\right).$$

Exercice 56. Déterminer les primitives de : → page 31

$$x \mapsto \frac{1}{x^3 \left(\frac{169}{x^4} + 1\right) \arctan\left(\frac{13}{x^2}\right)^4}.$$

Exercice 57. Déterminer les primitives de : → page 32

$$x \mapsto \frac{\cosh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)}{x^{\frac{7}{3}} \sinh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^4}.$$

Exercice 58. Déterminer les primitives de : → page 32

$$x \mapsto \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)^2}.$$

Exercice 59. Déterminer les primitives de : → page 33

$$x \mapsto \frac{x^5}{(4\,x^6+1)\ln(4\,x^6+1)^2}.$$

Exercice 60. Déterminer les primitives de : → page 33

$$x \mapsto \frac{\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2 + 1}{x^{\frac{5}{9}} \tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2}.$$

Exercice 61. Déterminer les primitives de : → page 34

$$x \mapsto \frac{\ln(2\,\ln(x))}{2\,x\ln(x)}.$$

Exercice 62. Déterminer les primitives de : → page 34

$$x \mapsto \frac{x^{16}}{(x^{34}+1)\arctan(x^{17})^3}.$$

Exercice 63. Déterminer les primitives de : → page 34

$$x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{11}{6}} \left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}} + 1\right) \ln\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}} + 1\right)^3}.$$

Exercice 64. Déterminer les primitives de : → page 35

$$x \mapsto \cosh(2\,e^x)\,e^x \sinh(2\,e^x)^3.$$

Exercice 65. Déterminer les primitives de : → page 35

$$x \mapsto \frac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^{17}}.$$

Exercice 66. Déterminer les primitives de : → page 35

$$x \mapsto \frac{\arctan\left(\arctan\left(x\right)\right)^5}{\left(x^2+1\right)\left(\arctan\left(x\right)^2+1\right)}.$$

Exercice 67. Déterminer les primitives de : → page 36

$$x \mapsto \frac{1}{\left(4\,x^{\frac{3}{2}}+1\right)x^{\frac{1}{4}}\arctan\left(2\,x^{\frac{3}{4}}\right)^3}.$$

Exercice 68. Déterminer les primitives de : → page 36

$$x \mapsto 2\,xe^{\left(10\,x^2\right)}.$$

Exercice 69. Déterminer les primitives de : → page 36

$$x \mapsto \frac{e^{\left(10\,\arctan(x)\right)}}{x^2+1}.$$

Exercice 70. Déterminer les primitives de : → page 37

$$x \mapsto \frac{\tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2 + 1}{x^6 \tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^3}.$$

Exercice 71. Déterminer les primitives de : → page 37

$$x \mapsto -\frac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3 \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}.$$

Exercice 72. Déterminer les primitives de : → page 38

$$x \mapsto \frac{e^{\left(70\,\arctan(x)\right)}}{x^2+1}.$$

Exercice 73. Déterminer les primitives de : → page 38

$$x \mapsto \frac{\left(\tan\left(3\,\ln\left(x+1\right)\right)^2+1\right)\tan\left(3\,\ln\left(x+1\right)\right)}{x+1}.$$

Exercice 74. Déterminer les primitives de : → page 38

$$x \mapsto \frac{\sinh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)}{x^{\frac{2}{9}} \cosh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)^{2}}.$$

Exercice 75. Déterminer les primitives de : → page 39

$$x \mapsto \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{39}}\right)}{x^{40} \sin\left(\frac{1}{x^{39}}\right)^{2}}.$$

Exercice 76. Déterminer les primitives de : → page 39

$$x \mapsto -\frac{x^{21} \sin\left(x^{22}\right)}{\cos\left(x^{22}\right)^{260}}.$$

Exercice 77. Déterminer les primitives de : → page 39

$$x \mapsto \frac{\arctan\left(341\, \ln\left(x+1\right)\right)^{11}}{\left(116281\, \ln\left(x+1\right)^{2}+1\right)(x+1)}.$$

Exercice 78. Déterminer les primitives de : → page 40

$$x \mapsto \frac{\ln\left(\arctan\left(x\right)+1\right)^{10}}{(x^{2}+1)(\arctan\left(x\right)+1)}.$$

Exercice 79. Déterminer les primitives de : → page 40

$$x \mapsto 2\, xe^{\left(6\, x^{2}\right)}.$$

Exercice 80. Déterminer les primitives de : → page 40

$$x \mapsto \frac{\arctan\left(25\, \ln\left(x\right)\right)^{2}}{\left(625\, \ln\left(x\right)^{2}+1\right)x}.$$

Exercice 81. Déterminer les primitives de : → page 41

$$x \mapsto \frac{\arctan\left(\ln\left(x+1\right)\right)^{4}}{\left(\ln\left(x+1\right)^{2}+1\right)(x+1)}.$$

Exercice 82. Déterminer les primitives de : → page 41

$$x \mapsto -\frac{\sin\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)}{x^{\frac{7}{2}} \cos\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)^{13}}.$$

Exercice 83. Déterminer les primitives de : → page 42

$$x \mapsto \frac{\left(\tan\left(x^{7}\right)^{2}+1\right)x^{6}}{\tan\left(x^{7}\right)^{2}}.$$

Exercice 84. Déterminer les primitives de : → page 42

$$x \mapsto \frac{x}{\left(x^{4}+1\right)\arctan\left(x^{2}\right)^{2}}.$$

Exercice 85. Déterminer les primitives de : → page 42

$$x \mapsto \left(\tan\left(6\,e^{x}\right)^{2}+1\right)e^{x}\tan\left(6\,e^{x}\right)^{2}.$$

Exercice 86. Déterminer les primitives de : → page 43

$$x \mapsto \frac{\cosh\left(\frac{1}{x^{5}}\right)}{x^{6}\sinh\left(\frac{1}{x^{5}}\right)^{2}}.$$

Exercice 87. Déterminer les primitives de : → page 43

$$x \mapsto \frac{\cosh\left(2\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\sinh\left(2\sqrt{x}\right)^{2}}.$$

Exercice 88. Déterminer les primitives de : → page 44

$$x \mapsto \frac{2\,x\arctan\left(31\,x^{2}\right)^{3}}{961\,x^{4}+1}.$$

Exercice 89. Déterminer les primitives de : → page 44

$$x \mapsto \frac{\cos\left(\ln\left(x\right)\right)\sin\left(\ln\left(x\right)\right)^{3}}{x}.$$

Exercice 90. Déterminer les primitives de : → page 44

$$x \mapsto 2\,x\cos\left(4\,x^{2}\right)\sin\left(4\,x^{2}\right)^{2}.$$

Exercice 91. Déterminer les primitives de : → page 44

$$x \mapsto \left(\tan\left(10\,e^{x}\right)^{2}+1\right)e^{x}\tan\left(10\,e^{x}\right).$$

Exercice 92. Déterminer les primitives de : → page 45

$$x \mapsto -\cos\left(53\,e^{x}\right)^{2}e^{x}\sin\left(53\,e^{x}\right).$$

Exercice 93. Déterminer les primitives de : → page 45

$$x \mapsto \frac{\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2 + 1}{x^{\frac{26}{3}} \tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2}.$$

Exercice 94. Déterminer les primitives de : → page 46

$$x \mapsto \frac{1}{x^6\left(\frac{1}{x^{10}} + 1\right) \arctan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2}.$$

Exercice 95. Déterminer les primitives de : → page 46

$$x \mapsto \frac{\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2 + 1}{x^{\frac{5}{4}} \tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^4}.$$

Exercice 96. Déterminer les primitives de : → page 46

$$x \mapsto \frac{\cosh\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3 \sinh\left(\frac{1}{x^2}\right)^3}.$$

Exercice 97. Déterminer les primitives de : → page 47

$$x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{4}{7}}\left(3\,x^{\frac{3}{7}} + 1\right) \ln\left(3\,x^{\frac{3}{7}} + 1\right)^2}.$$

Exercice 98. Déterminer les primitives de : → page 47

$$x \mapsto \frac{1}{x^3\left(\frac{1}{x^2} + 1\right) \ln\left(\frac{1}{x^2} + 1\right)^2}.$$

Exercice 99. Déterminer les primitives de : → page 48

$$x \mapsto \cos\left(x\right) \cosh\left(\sin\left(x\right)\right) \sinh\left(\sin\left(x\right)\right).$$

Exercice 100. Déterminer les primitives de : → page 48

$$x \mapsto \frac{1}{x^2\left(\frac{1}{x^2} + 1\right) \arctan\left(\frac{1}{x}\right)^2}.$$

Corrigé 1. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos(x)\ln(\sin(x))^{10}}{\sin(x)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 10$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln(\sin(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto \sin(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 1

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\cos(x)\ln(\sin(x))^{10}}{\sin(x)} = u'(x) \times u(x)^{10}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos(x)\ln(\sin(x))^{10}}{\sin(x)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{11}\ln(\sin(x))^{11} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 2. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(x^2)^2 + 1\right)x}{\tan(x^2)^6}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 6$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan(x^2)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^2$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 2\left(\tan\left(x^2\right)^2 + 1\right)x$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 1

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\left(\tan(x^2)^2 + 1\right)x}{\tan(x^2)^6} = \frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^6}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(x^2)^2 + 1\right)x}{\tan(x^2)^6}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{10\,\tan(x^2)^5} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 3. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{2}{x^{34}}\right)}{x^{35}\sin\left(\frac{2}{x^{34}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin\left(\frac{2}{x^{34}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{2}{x^{34}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{68\cos\left(\frac{2}{x^{34}}\right)}{x^{35}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 1

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\cos\left(\frac{2}{x^{34}}\right)}{x^{35}\sin\left(\frac{2}{x^{34}}\right)^2} = -\frac{1}{68} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{2}{x^{34}}\right)}{x^{35}\sin\left(\frac{2}{x^{34}}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{68\sin\left(\frac{2}{x^{34}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 4. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{x\cos(12\,x^2)}{\sin(12\,x^2)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \sin(12\,x^2)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 12\,x^2$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = 24\,x\cos\left(12\,x^2\right)$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 1

$$\forall x \in D, \qquad \frac{x\cos(12\,x^2)}{\sin(12\,x^2)^2} = \frac{1}{24} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{x\cos(12\,x^2)}{\sin(12\,x^2)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{24\sin(12\,x^2)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 5. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}\sin(\sqrt{x})^4}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 4$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \sin(\sqrt{x})$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sqrt{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 1

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}\sin(\sqrt{x})^4} = 2 \times \frac{u'(x)}{u(x)^4}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}\sin(\sqrt{x})^4}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{2}{3\sin(\sqrt{x})^3} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 6. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)}{x^{\frac{5}{3}}\sin\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$,

← page 1

avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \sin\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{2\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)}{3\,x^{\frac{5}{3}}}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)}{x^{\frac{5}{3}}\sin\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)^2} = -\frac{3}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)}{x^{\frac{5}{3}}\sin\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{3}{2\sin\left(\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 7. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{2\,x\arctan\left(5\,x^2\right)^{13}}{25\,x^4+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 13$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \arctan\left(5\,x^2\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto 5\,x^2$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{10\,x}{25\,x^4+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 1

$$\forall x \in D, \quad \frac{2\,x\arctan\left(5\,x^2\right)^{13}}{25\,x^4+1} = \frac{1}{5} \times u'(x) \times u(x)^{13}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{2\,x\arctan\left(5\,x^2\right)^{13}}{25\,x^4+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{70}\arctan\left(5\,x^2\right)^{14} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 8. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{\sin\left(2\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\cos\left(2\sqrt{x}\right)^{11}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 11$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \cos\left(2\sqrt{x}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 2\sqrt{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{\sin\left(2\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 1

$$\forall x \in D, \quad -\frac{\sin\left(2\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\cos\left(2\sqrt{x}\right)^{11}} = 1 \times \frac{u'(x)}{u(x)^{11}}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{\sin(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}\cos(2\sqrt{x})^{11}}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{10\cos(2\sqrt{x})^{10}} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 9. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(x)^2+1\right)\ln(\tan(x))}{\tan(x)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \ln(\tan(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto \tan(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{\tan(x)^2+1}{\tan(x)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 2

$$\forall x \in D, \quad \frac{\left(\tan(x)^2+1\right)\ln(\tan(x))}{\tan(x)} = u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(x)^2+1\right)\ln(\tan(x))}{\tan(x)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2}\ln(\tan(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 10. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto 2\left(\tan\left(x^2\right)^2+1\right)x\tan\left(x^2\right)^2$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan(x^2)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto x^2$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = 2\left(\tan\left(x^2\right)^2+1\right)x$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 2

$$\forall x \in D, \quad 2\left(\tan\left(x^2\right)^2+1\right)x\tan\left(x^2\right)^2 = u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto 2\left(\tan\left(x^2\right)^2+1\right)x\tan\left(x^2\right)^2$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{3}\tan\left(x^2\right)^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 11. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{284}{279}}\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)^3}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \ln\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, ← page 2

$u'(x) = -\dfrac{5}{279\,x^{\frac{284}{279}}\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \qquad \frac{1}{x^{\frac{284}{279}}\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)^3} = -\frac{279}{5} \times \frac{u'(x)}{u(x)^3}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{284}{279}}\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)^3}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{279}{10\,\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{5}{279}}}+1\right)^2} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 12. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\ln\left(\ln(x+1)+1\right)^{12}}{(x+1)(\ln(x+1)+1)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 12$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln\left(\ln(x+1)+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x+1)$ et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{1}{(x+1)(\ln(x+1)+1)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 2

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\ln\left(\ln(x+1)+1\right)^{12}}{(x+1)(\ln(x+1)+1)} = u'(x) \times u(x)^{12}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\ln\left(\ln(x+1)+1\right)^{12}}{(x+1)(\ln(x+1)+1)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{13}\ln\left(\ln(x+1)+1\right)^{13} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 13. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\arctan\left(e^x\right)^{20} e^x}{e^{(2\,x)}+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 20$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan\left(e^x\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto e^x$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{e^x}{e^{(2\,x)}+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 2

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\arctan\left(e^x\right)^{20} e^x}{e^{(2\,x)}+1} = u'(x) \times u(x)^{20}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\arctan\left(e^x\right)^{20} e^x}{e^{(2\,x)}+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{21}\arctan\left(e^x\right)^{21} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 14. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \cos\left(\cosh(x)\right)\sin\left(\cosh(x)\right)^6 \sinh(x)$, qu'on ← page 2

n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 6$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin(\cosh(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin(x)$ et $x \mapsto \cosh(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \cos(\cosh(x))\sinh(x)$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \cos(\cosh(x))\sin(\cosh(x))^6\sinh(x) = u'(x) \times u(x)^6.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \cos(\cosh(x))\sin(\cosh(x))^6\sinh(x)$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{7}\sin(\cosh(x))^7 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 15. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\sinh(\sqrt{x})}{\sqrt{x}\cosh(\sqrt{x})^{14}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 14$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cosh(\sqrt{x})$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sqrt{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cosh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{\sinh(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 2

$$\forall x \in D, \quad \frac{\sinh(\sqrt{x})}{\sqrt{x}\cosh(\sqrt{x})^{14}} = 2 \times \frac{u'(x)}{u(x)^{14}}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\sinh(\sqrt{x})}{\sqrt{x}\cosh(\sqrt{x})^{14}}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{2}{13\cosh(\sqrt{x})^{13}} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 16. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\sinh\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\cosh\left(\frac{1}{x}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cosh\left(\frac{1}{x}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cosh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{\sinh\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 2

$$\forall x \in D, \quad \frac{\sinh\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\cosh\left(\frac{1}{x}\right)^2} = -1 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\sinh\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\cosh\left(\frac{1}{x}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{\cosh\left(\frac{1}{x}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 17. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{x\sin(x^2)}{\cos(x^2)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cos(x^2)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^2$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -2\,x\sin\left(x^2\right)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 2

$$\forall x \in D, \quad -\frac{x\sin(x^2)}{\cos(x^2)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{x\sin(x^2)}{\cos(x^2)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{2\,\cos(x^2)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 18. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{2\,x^{\frac{3}{2}}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 3

$$\forall x \in D, \quad -\frac{\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2} = -2 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{2}{\cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 19. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \cos(x)\cosh(4\,\sin(x))\sinh(4\,\sin(x))^3$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sinh(4\,\sin(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sinh(x)$ et $x \mapsto 4\,\sin(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 4\,\cos(x)\cosh(4\,\sin(x))$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 3

$$\forall x \in D, \quad \cos(x)\cosh(4\,\sin(x))\sinh(4\,\sin(x))^3 = \frac{1}{4} \times u'(x) \times u(x)^3.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \cos(x)\cosh(4\,\sin(x))\sinh(4\,\sin(x))^3$ sont de la forme

$x \mapsto \dfrac{1}{16} \sinh\left(4 \sin(x)\right)^4 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 20. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\cosh(\cos(x))^3 \sin(x) \sinh(\cos(x))$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cosh(\cos(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \cosh(x)$ et $x \mapsto \cos(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\sin(x)\sinh(\cos(x))$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 3

$$\forall x \in D, \quad -\cosh(\cos(x))^3 \sin(x) \sinh(\cos(x)) = u'(x) \times u(x)^3.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\cosh(\cos(x))^3 \sin(x) \sinh(\cos(x))$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4} \cosh(\cos(x))^4 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 21. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)}{x^{\frac{10}{9}} \sin\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)^{23}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 23$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)}{9\, x^{\frac{10}{9}}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 3

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)}{x^{\frac{10}{9}} \sin\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)^{23}} = -9 \times \frac{u'(x)}{u(x)^{23}}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)}{x^{\frac{10}{9}} \sin\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)^{23}}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{9}{22 \sin\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{9}}}\right)^{22}} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 22. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \left(\tan(2\cosh(x))^2 + 1\right) \sinh(x) \tan(2\cosh(x))^6$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 6$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan(2\cosh(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto 2\cosh(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 2\left(\tan(2\cosh(x))^2 + 1\right)\sinh(x)$. Avec ces notations, on a ← page 3

donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \left(\tan\left(2\,\cosh(x)\right)^2+1\right)\sinh(x)\tan\left(2\,\cosh(x)\right)^6 = \frac{1}{2}\times u'(x)\times u(x)^6.$$

Les primitives de $u'\times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1}+c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x\mapsto \left(\tan\left(2\,\cosh(x)\right)^2+1\right)\sinh(x)\tan\left(2\,\cosh(x)\right)^6$ sont de la forme $x\mapsto \dfrac{1}{14}\tan\left(2\,\cosh(x)\right)^7+c$ avec $c\in\mathbb{R}$.

Corrigé 23. Soit D l'ensemble de définition de $x\mapsto \dfrac{x^4\cos\left(x^5\right)}{\sin\left(x^5\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n=2$. En effet, si l'on pose : $\forall x\in D$, $u(x)=\sin\left(x^5\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x\mapsto x^5$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x\mapsto\sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x\in D$, $u'(x)=5\,x^4\cos\left(x^5\right)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 3

$$\forall x\in D, \quad \frac{x^4\cos\left(x^5\right)}{\sin\left(x^5\right)^2}=\frac{1}{5}\times\frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n\neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1}\times\dfrac{1}{u^{n-1}}+c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x\mapsto\dfrac{x^4\cos\left(x^5\right)}{\sin\left(x^5\right)^2}$ sont de la forme $x\mapsto -\dfrac{1}{5\,\sin\left(x^5\right)}+c$ avec $c\in\mathbb{R}$.

Corrigé 24. Soit D l'ensemble de définition de $x\mapsto\dfrac{\arctan\left(63\,\cosh(x)\right)\sinh(x)}{3969\,\cosh(x)^2+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u'\times u^n$, avec : $n=1$. En effet, si l'on pose : $\forall x\in D$, $u(x)=\arctan\left(63\,\cosh(x)\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x\mapsto\arctan(x)$ et $x\mapsto 63\,\cosh(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x\in D$, $u'(x)=\dfrac{63\,\sinh(x)}{3969\,\cosh(x)^2+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 3

$$\forall x\in D, \quad \frac{\arctan\left(63\,\cosh(x)\right)\sinh(x)}{3969\,\cosh(x)^2+1}=\frac{1}{63}\times u'(x)\times u(x)^1.$$

Les primitives de $u'\times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1}+c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x\mapsto\dfrac{\arctan\left(63\,\cosh(x)\right)\sinh(x)}{3969\,\cosh(x)^2+1}$ sont de la forme $x\mapsto\dfrac{1}{126}\arctan\left(63\,\cosh(x)\right)^2+c$ avec $c\in\mathbb{R}$.

Corrigé 25. Soit D l'ensemble de définition de $x\mapsto -\dfrac{\ln\left(\cos(x)\right)^3\sin(x)}{\cos(x)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u'\times u^n$, avec : $n=3$. En effet, si l'on pose : $\forall x\in D$, $u(x)=\ln\left(\cos(x)\right)$, alors u est dérivable en ← page 3

tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto \cos(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad -\frac{\ln(\cos(x))^3 \sin(x)}{\cos(x)} = u'(x) \times u(x)^3.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1}+c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{\ln(\cos(x))^3 \sin(x)}{\cos(x)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4} \ln(\cos(x))^4 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 26. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(4\,x^2)^2+1\right)x}{\tan(4\,x^2)^2}$, qu'on n'explicitera pas ← page 3 dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan(4\,x^2)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 4\,x^2$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = 8\left(\tan\left(4\,x^2\right)^2+1\right)x$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\left(\tan(4\,x^2)^2+1\right)x}{\tan(4\,x^2)^2} = \frac{1}{8} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(4\,x^2)^2+1\right)x}{\tan(4\,x^2)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{8\,\tan(4\,x^2)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 27. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos(x)\ln(2\,\sin(x))}{2\,\sin(x)}$, qu'on n'explicitera pas ← page 3 dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \ln(2\,\sin(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto 2\,\sin(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cos(x)\ln(2\,\sin(x))}{2\,\sin(x)} = \frac{1}{2} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1}+c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos(x)\ln(2\,\sin(x))}{2\,\sin(x)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4} \ln(2\,\sin(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 28. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \left(\tan(x)^2+1\right)\cos(3\,\tan(x))\sin(3\,\tan(x))$, ← page 4 qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin(3\,\tan(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin(x)$ et $x \mapsto 3\,\tan(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 3\left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(3\,\tan(x))$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(3\,\tan(x))\sin(3\,\tan(x)) = \frac{1}{3} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(3\,\tan(x))\sin(3\,\tan(x))$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{6}\sin(3\,\tan(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 29. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cosh(\arctan(x))^2 \sinh(\arctan(x))}{x^2+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cosh(\arctan(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \cosh(x)$ et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{\sinh(\arctan(x))}{x^2+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 4

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cosh(\arctan(x))^2 \sinh(\arctan(x))}{x^2+1} = u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cosh(\arctan(x))^2 \sinh(\arctan(x))}{x^2+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{3}\cosh(\arctan(x))^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 30. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{\cos(\ln(x))^2 \sin(\ln(x))}{x}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cos(\ln(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \cos(x)$ et $x \mapsto \ln(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{\sin(\ln(x))}{x}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 4

$$\forall x \in D, \quad -\frac{\cos(\ln(x))^2 \sin(\ln(x))}{x} = u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{\cos(\ln(x))^2 \sin(\ln(x))}{x}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{3}\cos(\ln(x))^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 31. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{x\sin(x^2)}{\cos(x^2)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : ← page 4

$n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cos(x^2)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^2$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -2\,x \sin\left(x^2\right)$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad -\frac{x \sin(x^2)}{\cos(x^2)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{x \sin(x^2)}{\cos(x^2)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{2\,\cos(x^2)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 32. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{x^2}{(x^6+1)\arctan(x^3)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan(x^3)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^3$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{3\,x^2}{x^6+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 4

$$\forall x \in D, \quad \frac{x^2}{(x^6+1)\arctan(x^3)^2} = \frac{1}{3} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{x^2}{(x^6+1)\arctan(x^3)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{3\,\arctan(x^3)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 33. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\ln(\arctan(x))^2}{(x^2+1)\arctan(x)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln(\arctan(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)\arctan(x)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 4

$$\forall x \in D, \quad \frac{\ln(\arctan(x))^2}{(x^2+1)\arctan(x)} = u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\ln(\arctan(x))^2}{(x^2+1)\arctan(x)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{3}\,\ln(\arctan(x))^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 34. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \left(\tan(\sinh(x))^2 + 1\right)\cosh(x)\tan(\sinh(x))$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan(\sinh(x))$, alors ← page 4

u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto \sinh(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \left(\tan(\sinh(x))^2 + 1\right)\cosh(x)$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \left(\tan(\sinh(x))^2 + 1\right)\cosh(x)\tan(\sinh(x)) = u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \left(\tan(\sinh(x))^2 + 1\right)\cosh(x)\tan(\sinh(x))$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2}\,\tan(\sinh(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 35. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{\sqrt{x}\sin\left(x^{\frac{3}{2}}\right)}{\cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^{\frac{3}{2}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{3}{2}\sqrt{x}\sin\left(x^{\frac{3}{2}}\right)$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 4

$$\forall x \in D, \quad -\frac{\sqrt{x}\sin\left(x^{\frac{3}{2}}\right)}{\cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^2} = \frac{2}{3} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{\sqrt{x}\sin\left(x^{\frac{3}{2}}\right)}{\cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{2}{3\,\cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 36. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cosh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 5$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cosh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cosh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{2\,x^{\frac{3}{2}}}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 4

$$\forall x \in D, \quad \frac{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cosh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5} = -2 \times \frac{u'(x)}{u(x)^5}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^{\frac{3}{2}}\cosh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2\,\cosh\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 37. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^6}$, qu'on n'explicitera pas dans ← page 5 ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 6$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{4}{x^2}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{8\left(\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1\right)}{x^3}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^6} = -\frac{1}{8} \times \frac{u'(x)}{u(x)^6}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^6}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{40\,\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^5} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 38. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\arctan(2\,\cosh(x))\sinh(x)}{4\,\cosh(x)^2 + 1}$, qu'on n'explici- ← page 5 tera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \arctan(2\,\cosh(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto 2\,\cosh(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{2\,\sinh(x)}{4\,\cosh(x)^2 + 1}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\arctan(2\,\cosh(x))\sinh(x)}{4\,\cosh(x)^2 + 1} = \frac{1}{2} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\arctan(2\,\cosh(x))\sinh(x)}{4\,\cosh(x)^2 + 1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4}\arctan(2\,\cosh(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 39. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{32}\left(\frac{5}{x^{31}} + 1\right)\ln\left(\frac{5}{x^{31}} + 1\right)^7}$, qu'on n'explicitera ← page 5 pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme :

$\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 7$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln\left(\frac{5}{x^{31}} + 1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{5}{x^{31}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{155}{x^{32}\left(\frac{5}{x^{31}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^{32}\left(\frac{5}{x^{31}}+1\right)\ln\left(\frac{5}{x^{31}}+1\right)^7} = -\frac{1}{155} \times \frac{u'(x)}{u(x)^7}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{32}\left(\frac{5}{x^{31}}+1\right)\ln\left(\frac{5}{x^{31}}+1\right)^7}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{930\ln\left(\frac{5}{x^{31}}+1\right)^6} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 40. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x}\arctan\left(\sqrt{x}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan\left(\sqrt{x}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sqrt{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{1}{2(x+1)\sqrt{x}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 5

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{(x+1)\sqrt{x}\arctan\left(\sqrt{x}\right)^2} = 2 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x}\arctan\left(\sqrt{x}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{2}{\arctan\left(\sqrt{x}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 41. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{1}{3\,x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 5

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)^2} = -3 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{3}{\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 42. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\left(\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2+1\right)\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2}{x+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan\left(x\right)$ et $x \mapsto 6\,\ln\left(x+1\right)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{6\left(\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2+1\right)}{x+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 5

$$\forall x \in D, \quad \frac{\left(\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2+1\right)\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2}{x+1} = \frac{1}{6} \times u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\left(\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2+1\right)\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^2}{x+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{18}\tan\left(6\,\ln\left(x+1\right)\right)^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 43. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \cos\left(x\right)\cos\left(\sin\left(x\right)\right)\sin\left(\sin\left(x\right)\right)$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin\left(\sin\left(x\right)\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin\left(x\right)$ et $x \mapsto \sin\left(x\right)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \cos\left(x\right)\cos\left(\sin\left(x\right)\right)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 5

$$\forall x \in D, \quad \cos\left(x\right)\cos\left(\sin\left(x\right)\right)\sin\left(\sin\left(x\right)\right) = u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \cos\left(x\right)\cos\left(\sin\left(x\right)\right)\sin\left(\sin\left(x\right)\right)$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2}\sin\left(\sin\left(x\right)\right)^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 44. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\cosh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)\sin\left(x\right)\sinh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)^{13}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 13$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sinh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sinh\left(x\right)$ et $x \mapsto 4\,\cos\left(x\right)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -4\,\cosh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)\sin\left(x\right)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 5

$$\forall x \in D, \quad -\cosh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)\sin\left(x\right)\sinh\left(4\,\cos\left(x\right)\right)^{13} = \frac{1}{4} \times u'(x) \times u(x)^{13}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\cosh\left(4\cos\left(x\right)\right)\sin\left(x\right)\sinh\left(4\cos\left(x\right)\right)^{13}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{56}\sinh\left(4\cos\left(x\right)\right)^{14} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 45. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)^{2}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln\left(x+1\right)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{1}{2\,x^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 5

$$\forall x \in D, \qquad \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)^{2}} = -2 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)^{2}}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{2}{\ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+1\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 46. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \cos\left(2\sinh\left(x\right)\right)\cosh\left(x\right)\sin\left(2\sinh\left(x\right)\right)^{2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin\left(2\sinh\left(x\right)\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin\left(x\right)$ et $x \mapsto 2\sinh\left(x\right)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 2\cos\left(2\sinh\left(x\right)\right)\cosh\left(x\right)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 5

$$\forall x \in D, \quad \cos\left(2\sinh\left(x\right)\right)\cosh\left(x\right)\sin\left(2\sinh\left(x\right)\right)^{2} = \frac{1}{2} \times u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \cos\left(2\sinh\left(x\right)\right)\cosh\left(x\right)\sin\left(2\sinh\left(x\right)\right)^{2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{6}\sin\left(2\sinh\left(x\right)\right)^{3} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 47. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{1}{x}\right)^{2}+1}{x^2\tan\left(\frac{1}{x}\right)^{3}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan\left(\frac{1}{x}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan\left(x\right)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{\tan\left(\frac{1}{x}\right)^{2}+1}{x^2}$. Avec ces notations, on a donc ← page 6

bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\tan\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1}{x^2 \tan\left(\frac{1}{x}\right)^3} = -1 \times \frac{u'(x)}{u(x)^3}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1}{x^2 \tan\left(\frac{1}{x}\right)^3}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2\,\tan\left(\frac{1}{x}\right)^2} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 48. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\left(\tan(3\,\cos(x))^2 + 1\right)\sin(x)\tan(3\,\cos(x))$, ← page 6 qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan(3\,\cos(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto 3\,\cos(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -3\left(\tan(3\,\cos(x))^2 + 1\right)\sin(x)$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad -\left(\tan(3\,\cos(x))^2 + 1\right)\sin(x)\tan(3\,\cos(x)) = \frac{1}{3} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\left(\tan(3\,\cos(x))^2 + 1\right)\sin(x)\tan(3\,\cos(x))$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{6}\,\tan(3\,\cos(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 49. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{2\,x\ln(149\,x^2+1)^{14}}{149\,x^2+1}$, qu'on n'explicitera pas ← page 6 dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 14$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln(149\,x^2+1)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x+1)$ et $x \mapsto 149\,x^2$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{298\,x}{149\,x^2+1}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{2\,x\ln(149\,x^2+1)^{14}}{149\,x^2+1} = \frac{1}{149} \times u'(x) \times u(x)^{14}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{2\,x\ln(149\,x^2+1)^{14}}{149\,x^2+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2235}\ln\left(149\,x^2+1\right)^{15} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 50. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)^2}$, qu'on n'explicitera ← page 6 pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{1}{3\,x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)}$.

Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)^2} = -3 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{3}{\ln\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}+1\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 51. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{7}{9}}\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)\ln\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \ln\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 5\,x^{\frac{2}{9}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{10}{9\,x^{\frac{7}{9}}\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 6

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^{\frac{7}{9}}\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)\ln\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)^2} = \frac{9}{10} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{7}{9}}\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)\ln\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{9}{10\,\ln\left(5\,x^{\frac{2}{9}}+1\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 52. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -e^{(8\,\cos(x))}\sin(x)$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme $u' \times e^u$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = 8\,\cos(x)$, alors u est dérivable (fonction usuelle), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -8\,\sin(x)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 6

$$\forall x \in D, \quad -e^{(8\,\cos(x))}\sin(x) = \frac{1}{8} \times u'(x) \times e^{u(x)}.$$

Les primitives de $u' \times e^u$ sont de la forme $e^u + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -e^{(8\,\cos(x))}\sin(x)$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{8}\,e^{(8\,\cos(x))} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 53. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \cos(3\,\cosh(x))\sin(3\,\cosh(x))^4\sinh(x)$, qu'on ← page 6

n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 4$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin(3\cosh(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin(x)$ et $x \mapsto 3\cosh(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 3\cos(3\cosh(x))\sinh(x)$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \cos(3\cosh(x))\sin(3\cosh(x))^4\sinh(x) = \frac{1}{3} \times u'(x) \times u(x)^4.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \cos(3\cosh(x))\sin(3\cosh(x))^4\sinh(x)$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{15}\sin(3\cosh(x))^5 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 54. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \left(\tan(7\,e^x)^2 + 1\right)e^x\tan(7\,e^x)$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan(7\,e^x)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto 7\,e^x$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 7\left(\tan(7\,e^x)^2 + 1\right)e^x$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 6

$$\forall x \in D, \quad \left(\tan(7\,e^x)^2 + 1\right)e^x\tan(7\,e^x) = \frac{1}{7} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \left(\tan(7\,e^x)^2 + 1\right)e^x\tan(7\,e^x)$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{14}\tan(7\,e^x)^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 55. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(\tan(x))\sin(\tan(x))$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin(\tan(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin(x)$ et $x \mapsto \tan(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(\tan(x))$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 6

$$\forall x \in D, \quad \left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(\tan(x))\sin(\tan(x)) = u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \left(\tan(x)^2 + 1\right)\cos(\tan(x))\sin(\tan(x))$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2}\sin(\tan(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 56. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^3\left(\frac{169}{x^4} + 1\right)\arctan\left(\frac{13}{x^2}\right)^4}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 4$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan\left(\frac{13}{x^2}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{13}{x^2}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ ← page 6

(fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{26}{x^3\left(\frac{169}{x^4}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^3\left(\frac{169}{x^4}+1\right)\arctan\left(\frac{13}{x^2}\right)^4} = -\frac{1}{26} \times \frac{u'(x)}{u(x)^4}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^3\left(\frac{169}{x^4}+1\right)\arctan\left(\frac{13}{x^2}\right)^4}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{78\arctan\left(\frac{13}{x^2}\right)^3} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 57. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cosh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)}{x^{\frac{7}{3}}\sinh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^4}$, qu'on n'explicitera pas dans ← page 7

ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 4$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \sinh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sinh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{88\cosh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)}{3\,x^{\frac{7}{3}}}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cosh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)}{x^{\frac{7}{3}}\sinh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^4} = -\frac{3}{88} \times \frac{u'(x)}{u(x)^4}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cosh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)}{x^{\frac{7}{3}}\sinh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^4}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{88\sinh\left(\frac{22}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^3} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 58. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce ← page 7

corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)^2} = -1 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{\sin\left(\frac{1}{x}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 59. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{x^5}{(4\,x^6+1)\ln\left(4\,x^6+1\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \ln\left(4\,x^6+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 4\,x^6$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{24\,x^5}{4\,x^6+1}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 7

$$\forall x \in D, \quad \frac{x^5}{(4\,x^6+1)\ln\left(4\,x^6+1\right)^2} = \frac{1}{24} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{x^5}{(4\,x^6+1)\ln\left(4\,x^6+1\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{24\,\ln\left(4\,x^6+1\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 60. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2+1}{x^{\frac{5}{9}}\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 2\,x^{\frac{4}{9}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{8\left(\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2+1\right)}{9\,x^{\frac{5}{9}}}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 7

$$\forall x \in D, \quad \frac{\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2+1}{x^{\frac{5}{9}}\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2} = \frac{9}{8} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2+1}{x^{\frac{5}{9}}\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)^2}$ sont de la forme

$x \mapsto -\dfrac{9}{8\,\tan\left(2\,x^{\frac{4}{9}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 61. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\ln(2\,\ln(x))}{2\,x\ln(x)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln(2\,\ln(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x)$ et $x \mapsto 2\,\ln(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{1}{x\ln(x)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 7

$$\forall x \in D, \quad \frac{\ln(2\,\ln(x))}{2\,x\ln(x)} = \frac{1}{2} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\ln(2\,\ln(x))}{2\,x\ln(x)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4}\,\ln(2\,\ln(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 62. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{x^{16}}{(x^{34}+1)\arctan\left(x^{17}\right)^3}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan\left(x^{17}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^{17}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{17\,x^{16}}{x^{34}+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 7

$$\forall x \in D, \quad \frac{x^{16}}{(x^{34}+1)\arctan\left(x^{17}\right)^3} = \frac{1}{17} \times \frac{u'(x)}{u(x)^3}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{x^{16}}{(x^{34}+1)\arctan\left(x^{17}\right)^3}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{34\,\arctan\left(x^{17}\right)^2} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 63. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{11}{6}}\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)\ln\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)^3}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{10}{x^{\frac{11}{6}}\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 7

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^{\frac{11}{6}}\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)\ln\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)^3} = -\frac{1}{10} \times \frac{u'(x)}{u(x)^3}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{11}{6}}\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)\ln\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)^3}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{20\,\ln\left(\frac{12}{x^{\frac{5}{6}}}+1\right)^2} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 64. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \cosh(2\,e^x)\,e^x \sinh(2\,e^x)^3$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sinh(2\,e^x)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sinh(x)$ et $x \mapsto 2\,e^x$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 2\,\cosh(2\,e^x)\,e^x$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 7

$$\forall x \in D, \quad \cosh(2\,e^x)\,e^x \sinh(2\,e^x)^3 = \frac{1}{2} \times u'(x) \times u(x)^3.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \cosh(2\,e^x)\,e^x \sinh(2\,e^x)^3$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{8}\sinh(2\,e^x)^4 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 65. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^{17}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 17$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{4}{x^2}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{8\left(\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2+1\right)}{x^3}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 7

$$\forall x \in D, \quad \frac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^{17}} = -\frac{1}{8} \times \frac{u'(x)}{u(x)^{17}}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^2 + 1}{x^3 \tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^{17}}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{128\,\tan\left(\frac{4}{x^2}\right)^{16}} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 66. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\arctan(\arctan(x))^5}{(x^2+1)\left(\arctan(x)^2+1\right)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 5$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan(\arctan(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonctions ← page 8

usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)\left(\arctan(x)^2+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\arctan(\arctan(x))^5}{(x^2+1)\left(\arctan(x)^2+1\right)} = u'(x) \times u(x)^5.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\arctan(\arctan(x))^5}{(x^2+1)\left(\arctan(x)^2+1\right)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{6}\arctan(\arctan(x))^6 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 67. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{\left(4\,x^{\frac{3}{2}}+1\right)x^{\frac{1}{4}}\arctan\left(2\,x^{\frac{3}{4}}\right)^3}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \arctan\left(2\,x^{\frac{3}{4}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 2\,x^{\frac{3}{4}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{3}{2\left(4\,x^{\frac{3}{2}}+1\right)x^{\frac{1}{4}}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 8

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{\left(4\,x^{\frac{3}{2}}+1\right)x^{\frac{1}{4}}\arctan\left(2\,x^{\frac{3}{4}}\right)^3} = \frac{2}{3} \times \frac{u'(x)}{u(x)^3}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{\left(4\,x^{\frac{3}{2}}+1\right)x^{\frac{1}{4}}\arctan\left(2\,x^{\frac{3}{4}}\right)^3}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{3\arctan\left(2\,x^{\frac{3}{4}}\right)^2} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 68. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto 2\,xe^{\left(10\,x^2\right)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme $u' \times e^u$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = 10\,x^2$, alors u est dérivable (fonction usuelle), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 20\,x$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 8

$$\forall x \in D, \quad 2\,xe^{\left(10\,x^2\right)} = \frac{1}{10} \times u'(x) \times e^{u(x)}.$$

Les primitives de $u' \times e^u$ sont de la forme $e^u + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto 2\,xe^{\left(10\,x^2\right)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{10}e^{\left(10\,x^2\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 69. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{e^{(10\arctan(x))}}{x^2+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme $u' \times e^u$. En ← page 8

effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = 10 \arctan(x)$, alors u est dérivable (fonction usuelle), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{10}{x^2+1}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{e^{(10\ \arctan(x))}}{x^2+1} = \frac{1}{10} \times u'(x) \times e^{u(x)}.$$

Les primitives de $u' \times e^u$ sont de la forme $e^u + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{e^{(10\ \arctan(x))}}{x^2+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{10} e^{(10\ \arctan(x))} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 70. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2 + 1}{x^6 \tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^3}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan\left(\frac{1}{x^5}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^5}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{5\left(\tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2+1\right)}{x^6}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 8

$$\forall x \in D, \quad \frac{\tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2 + 1}{x^6 \tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^3} = -\frac{1}{5} \times \frac{u'(x)}{u(x)^3}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2 + 1}{x^6 \tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^3}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{10\ \tan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 71. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3 \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{2\ \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 8

$$\forall x \in D, \quad -\frac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3 \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)^2} = -\frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\dfrac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3 \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$ sont de la forme

$x \mapsto \dfrac{1}{2\,\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 72. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{e^{(70\,\arctan(x))}}{x^2+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme $u' \times e^u$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = 70\,\arctan(x)$, alors u est dérivable (fonction usuelle), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{70}{x^2+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 8

$$\forall x \in D, \quad \frac{e^{(70\,\arctan(x))}}{x^2+1} = \frac{1}{70} \times u'(x) \times e^{u(x)}.$$

Les primitives de $u' \times e^u$ sont de la forme $e^u + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{e^{(70\,\arctan(x))}}{x^2+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{70}\,e^{(70\,\arctan(x))} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 73. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(3\,\ln(x+1))^2+1\right)\tan(3\,\ln(x+1))}{x+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan(3\,\ln(x+1))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto 3\,\ln(x+1)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{3\left(\tan(3\,\ln(x+1))^2+1\right)}{x+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 8

$$\forall x \in D, \quad \frac{\left(\tan(3\,\ln(x+1))^2+1\right)\tan(3\,\ln(x+1))}{x+1} = \frac{1}{3} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\left(\tan(3\,\ln(x+1))^2+1\right)\tan(3\,\ln(x+1))}{x+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{6}\,\tan(3\,\ln(x+1))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 74. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\sinh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)}{x^{\frac{2}{9}}\cosh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \cosh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^{\frac{7}{9}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cosh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \dfrac{7\,\sinh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)}{9\,x^{\frac{2}{9}}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 8

$$\forall x \in D, \quad \frac{\sinh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)}{x^{\frac{2}{9}}\cosh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)^2} = \frac{9}{7} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\frac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \frac{\sinh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)}{x^{\frac{2}{9}} \cosh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\frac{9}{7 \cosh\left(x^{\frac{7}{9}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 75. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{39}}\right)}{x^{40} \sin\left(\frac{1}{x^{39}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\frac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \sin\left(\frac{1}{x^{39}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^{39}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sin(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\frac{39 \cos\left(\frac{1}{x^{39}}\right)}{x^{40}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 9

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{39}}\right)}{x^{40} \sin\left(\frac{1}{x^{39}}\right)^2} = -\frac{1}{39} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\frac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \frac{\cos\left(\frac{1}{x^{39}}\right)}{x^{40} \sin\left(\frac{1}{x^{39}}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \frac{1}{39 \sin\left(\frac{1}{x^{39}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 76. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\frac{x^{21} \sin(x^{22})}{\cos(x^{22})^{260}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\frac{u'}{u^n}$, avec : $n = 260$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \cos(x^{22})$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^{22}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -22\,x^{21} \sin\left(x^{22}\right)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 9

$$\forall x \in D, \quad -\frac{x^{21} \sin(x^{22})}{\cos(x^{22})^{260}} = \frac{1}{22} \times \frac{u'(x)}{u(x)^{260}}.$$

Les primitives de $\frac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\frac{x^{21} \sin(x^{22})}{\cos(x^{22})^{260}}$ sont de la forme $x \mapsto -\frac{1}{5698 \cos(x^{22})^{259}} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 77. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \frac{\arctan(341 \ln(x+1))^{11}}{\left(116281 \ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)}$, qu'on n'ex- ← page 9

plicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 11$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan(341 \ln(x+1))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto 341 \ln(x+1)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{341}{\left(116281 \ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)}$.

Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\arctan(341 \ln(x+1))^{11}}{\left(116281 \ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)} = \frac{1}{341} \times u'(x) \times u(x)^{11}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\arctan(341 \ln(x+1))^{11}}{\left(116281 \ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4092} \arctan(341 \ln(x+1))^{12} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 78. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\ln(\arctan(x)+1)^{10}}{(x^2+1)(\arctan(x)+1)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 10$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \ln(\arctan(x)+1)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \ln(x+1)$ et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)(\arctan(x)+1)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 9

$$\forall x \in D, \quad \frac{\ln(\arctan(x)+1)^{10}}{(x^2+1)(\arctan(x)+1)} = u'(x) \times u(x)^{10}.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\ln(\arctan(x)+1)^{10}}{(x^2+1)(\arctan(x)+1)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{11} \ln(\arctan(x)+1)^{11} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 79. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto 2\,x e^{\left(6\,x^2\right)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme $u' \times e^u$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = 6\,x^2$, alors u est dérivable (fonction usuelle), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 12\,x$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 9

$$\forall x \in D, \quad 2\,x e^{\left(6\,x^2\right)} = \frac{1}{6} \times u'(x) \times e^{u(x)}.$$

Les primitives de $u' \times e^u$ sont de la forme $e^u + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto 2\,x e^{\left(6\,x^2\right)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{6} e^{\left(6\,x^2\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 80. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\arctan(25 \ln(x))^2}{\left(625 \ln(x)^2 + 1\right)x}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : ← page 9

$u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan(25 \ln(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto 25 \ln(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{25}{\left(625 \ln(x)^2 + 1\right)x}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\arctan(25 \ln(x))^2}{\left(625 \ln(x)^2 + 1\right)x} = \frac{1}{25} \times u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\arctan(25 \ln(x))^2}{\left(625 \ln(x)^2 + 1\right)x}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{75} \arctan(25 \ln(x))^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 81. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\arctan(\ln(x+1))^4}{\left(\ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 4$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan(\ln(x+1))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{1}{\left(\ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 9

$$\forall x \in D, \quad \frac{\arctan(\ln(x+1))^4}{\left(\ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)} = u'(x) \times u(x)^4.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\arctan(\ln(x+1))^4}{\left(\ln(x+1)^2 + 1\right)(x+1)}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{5} \arctan(\ln(x+1))^5 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 82. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\dfrac{\sin\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)}{x^{\frac{7}{2}} \cos\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)^{13}}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 13$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \cos\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \cos(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{15 \sin\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)}{x^{\frac{7}{2}}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 9

$$\forall x \in D, \quad -\frac{\sin\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)}{x^{\frac{7}{2}} \cos\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)^{13}} = -\frac{1}{15} \times \frac{u'(x)}{u(x)^{13}}.$$

Les primitives de $\frac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\frac{\sin\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)}{x^{\frac{7}{2}} \cos\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)^{13}}$ sont de la forme $x \mapsto \frac{1}{180 \cos\left(\frac{6}{x^{\frac{5}{2}}}\right)^{12}} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 83. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \frac{\left(\tan\left(x^7\right)^2+1\right)x^6}{\tan\left(x^7\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\frac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan\left(x^7\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^7$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = 7\left(\tan\left(x^7\right)^2+1\right)x^6$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \quad \frac{\left(\tan\left(x^7\right)^2+1\right)x^6}{\tan\left(x^7\right)^2} = \frac{1}{7} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\frac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \frac{\left(\tan\left(x^7\right)^2+1\right)x^6}{\tan\left(x^7\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\frac{1}{7 \tan\left(x^7\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 84. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \frac{x}{\left(x^4+1\right)\arctan\left(x^2\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\frac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \arctan\left(x^2\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto x^2$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = \frac{2\,x}{x^4+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \quad \frac{x}{\left(x^4+1\right)\arctan\left(x^2\right)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\frac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\frac{1}{n-1} \times \frac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \frac{x}{\left(x^4+1\right)\arctan\left(x^2\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\frac{1}{2 \arctan\left(x^2\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 85. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \left(\tan\left(6\,e^x\right)^2+1\right)e^x \tan\left(6\,e^x\right)^2$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan\left(6\,e^x\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto 6\,e^x$ (fonctions usuelles qu'on sait ← page 10

être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 6\left(\tan(6\,e^x)^2+1\right)e^x$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \left(\tan(6\,e^x)^2+1\right)e^x \tan(6\,e^x)^2 = \frac{1}{6} \times u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \left(\tan(6\,e^x)^2+1\right)e^x \tan(6\,e^x)^2$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{18}\tan(6\,e^x)^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 86. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cosh\left(\frac{1}{x^5}\right)}{x^6\sinh\left(\frac{1}{x^5}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sinh\left(\frac{1}{x^5}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^5}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sinh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{5\cosh\left(\frac{1}{x^5}\right)}{x^6}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cosh\left(\frac{1}{x^5}\right)}{x^6\sinh\left(\frac{1}{x^5}\right)^2} = -\frac{1}{5} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cosh\left(\frac{1}{x^5}\right)}{x^6\sinh\left(\frac{1}{x^5}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{5\sinh\left(\frac{1}{x^5}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 87. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cosh(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}\sinh(2\sqrt{x})^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sinh(2\sqrt{x})$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 2\sqrt{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sinh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{\cosh(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cosh(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}\sinh(2\sqrt{x})^2} = 1 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cosh(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}\sinh(2\sqrt{x})^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{1}{\sinh(2\sqrt{x})} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 88. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{2\,x \arctan\left(31\,x^2\right)^3}{961\,x^4+1}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n=3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan\left(31\,x^2\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \arctan(x)$ et $x \mapsto 31\,x^2$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{62\,x}{961\,x^4+1}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \qquad \frac{2\,x \arctan\left(31\,x^2\right)^3}{961\,x^4+1} = \frac{1}{31} \times u'(x) \times u(x)^3.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{2\,x \arctan\left(31\,x^2\right)^3}{961\,x^4+1}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{124} \arctan\left(31\,x^2\right)^4 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 89. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\ln(x)\right) \sin\left(\ln(x)\right)^3}{x}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n=3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin\left(\ln(x)\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin(x)$ et $x \mapsto \ln(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{\cos\left(\ln(x)\right)}{x}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\cos\left(\ln(x)\right) \sin\left(\ln(x)\right)^3}{x} = u'(x) \times u(x)^3.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cos\left(\ln(x)\right) \sin\left(\ln(x)\right)^3}{x}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4} \sin\left(\ln(x)\right)^4 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 90. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto 2\,x \cos\left(4\,x^2\right) \sin\left(4\,x^2\right)^2$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n=2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sin\left(4\,x^2\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sin(x)$ et $x \mapsto 4\,x^2$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = 8\,x \cos\left(4\,x^2\right)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \qquad 2\,x \cos\left(4\,x^2\right) \sin\left(4\,x^2\right)^2 = \frac{1}{4} \times u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto 2\,x \cos\left(4\,x^2\right) \sin\left(4\,x^2\right)^2$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{12} \sin\left(4\,x^2\right)^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 91. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \left(\tan\left(10\,e^x\right)^2 + 1\right) e^x \tan\left(10\,e^x\right)$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n=1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan\left(10\,e^x\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \tan(x)$ et $x \mapsto 10\,e^x$ (fonctions usuelles ← page 10

qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = 10\left(\tan(10\,e^x)^2+1\right)e^x$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \left(\tan(10\,e^x)^2+1\right)e^x \tan(10\,e^x) = \frac{1}{10} \times u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \left(\tan(10\,e^x)^2+1\right)e^x \tan(10\,e^x)$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{20}\tan(10\,e^x)^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 92. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto -\cos(53\,e^x)^2\,e^x\sin(53\,e^x)$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \cos(53\,e^x)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \cos(x)$ et $x \mapsto 53\,e^x$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -53\,e^x\sin(53\,e^x)$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 10

$$\forall x \in D, \quad -\cos(53\,e^x)^2\,e^x\sin(53\,e^x) = \frac{1}{53} \times u'(x) \times u(x)^2.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto -\cos(53\,e^x)^2\,e^x\sin(53\,e^x)$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{159}\cos(53\,e^x)^3 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 93. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2+1}{x^{\frac{26}{3}}\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{46\left(\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2+1\right)}{3\,x^{\frac{26}{3}}}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 11

$$\forall x \in D, \quad \frac{\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2+1}{x^{\frac{26}{3}}\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2} = -\frac{3}{46} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2+1}{x^{\frac{26}{3}}\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{3}{46\tan\left(\frac{2}{x^{\frac{23}{3}}}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 94. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^6\left(\frac{1}{x^{10}}+1\right)\arctan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n=2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan\left(\frac{1}{x^5}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^5}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{5}{x^6\left(\frac{1}{x^{10}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 11

$$\forall x \in D, \qquad \frac{1}{x^6\left(\frac{1}{x^{10}}+1\right)\arctan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2} = -\frac{1}{5} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^6\left(\frac{1}{x^{10}}+1\right)\arctan\left(\frac{1}{x^5}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{5\arctan\left(\frac{1}{x^5}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 95. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2+1}{x^{\frac{5}{4}}\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^4}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n=4$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \tan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2+1}{4\,x^{\frac{5}{4}}}$. Avec ces notations, on a donc bien :

← page 11

$$\forall x \in D, \qquad \frac{\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2+1}{x^{\frac{5}{4}}\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^4} = -4 \times \frac{u'(x)}{u(x)^4}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^2+1}{x^{\frac{5}{4}}\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^4}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{4}{3\tan\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right)^3} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 96. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{\cosh\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3\sinh\left(\frac{1}{x^2}\right)^3}$, qu'on n'explicitera pas dans

← page 11

ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 3$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \sinh\left(\frac{1}{x^2}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \sinh(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{2\cosh\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3}$. Avec ces notations, on a donc bien :

$$\forall x \in D, \quad \frac{\cosh\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3 \sinh\left(\frac{1}{x^2}\right)^3} = -\frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^3}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{\cosh\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3 \sinh\left(\frac{1}{x^2}\right)^3}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{4\sinh\left(\frac{1}{x^2}\right)^2} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 97. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{4}{7}}\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)\ln\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \ln\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto 3x^{\frac{3}{7}}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \dfrac{9}{7x^{\frac{4}{7}}\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 11

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^{\frac{4}{7}}\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)\ln\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)^2} = \frac{7}{9} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^{\frac{4}{7}}\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)\ln\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto -\dfrac{7}{9\ln\left(3x^{\frac{3}{7}}+1\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 98. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^3\left(\frac{1}{x^2}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D,\ u(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2}+1\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \ln(x+1)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D,\ u'(x) = -\dfrac{2}{x^3\left(\frac{1}{x^2}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 11

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^3\left(\frac{1}{x^2}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^2} = -\frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^3\left(\frac{1}{x^2}+1\right)\ln\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2\ln\left(\frac{1}{x^2}+1\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 99. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \cos(x)\cosh(\sin(x))\sinh(\sin(x))$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $u' \times u^n$, avec : $n = 1$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \sinh(\sin(x))$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \sinh(x)$ et $x \mapsto \sin(x)$ (fonctions usuelles qu'on sait être dérivables), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = \cos(x)\cosh(\sin(x))$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 11

$$\forall x \in D, \quad \cos(x)\cosh(\sin(x))\sinh(\sin(x)) = u'(x) \times u(x)^1.$$

Les primitives de $u' \times u^n$ sont de la forme $\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \cos(x)\cosh(\sin(x))\sinh(\sin(x))$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{2}\sinh(\sin(x))^2 + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

Corrigé 100. Soit D l'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x^2\left(\frac{1}{x^2}+1\right)\arctan\left(\frac{1}{x}\right)^2}$, qu'on n'explicitera pas dans ce corrigé. Notons qu'il s'agit là, à une constante réelle près, d'une fonction de la forme : $\dfrac{u'}{u^n}$, avec : $n = 2$. En effet, si l'on pose : $\forall x \in D$, $u(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$, alors u est dérivable en tant que composition des applications $x \mapsto \frac{1}{x}$ (dérivable en tant que fonction puissance) et $x \mapsto \arctan(x)$ (fonction usuelle qu'on sait être dérivable), et on a : $\forall x \in D$, $u'(x) = -\dfrac{1}{x^2\left(\frac{1}{x^2}+1\right)}$. Avec ces notations, on a donc bien : ← page 11

$$\forall x \in D, \quad \frac{1}{x^2\left(\frac{1}{x^2}+1\right)\arctan\left(\frac{1}{x}\right)^2} = -1 \times \frac{u'(x)}{u(x)^2}.$$

Les primitives de $\dfrac{u'}{u^n}$, pour $n \neq 1$, sont de la forme $-\dfrac{1}{n-1} \times \dfrac{1}{u^{n-1}} + c$, avec c une constante réelle. On en déduit ici que les primitives de l'application $x \mapsto \dfrac{1}{x^2\left(\frac{1}{x^2}+1\right)\arctan\left(\frac{1}{x}\right)^2}$ sont de la forme $x \mapsto \dfrac{1}{\arctan\left(\frac{1}{x}\right)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.