Isométries du plan

💡 Ces exercices servent à vous approprier la méthode pour déterminer une isométrie de $\mathbb{R}^2$. Vous trouverez des compléments dans mes documents *Méthodes*, section 6.2.

Remarque sur les attentes des exercices. Si l'isométrie trouvée est une rotation : donner une mesure d'angle (ce n'est *a priori* pas un angle remarquable, et on peut avoir besoin de l'arc cosinus pour le décrire), et si c'est une réflexion : donner un vecteur directeur de son axe de symétrie (il est dans ce cas hors de question d'exprimer ses coordonnées à l'aide de cosinus et sinus non simplifiés).

Exercice 1. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 17

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{14} & -\frac{1}{14}\sqrt{195} \\ \frac{1}{14}\sqrt{195} & \frac{1}{14} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 2. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 17

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ \frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 3. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 17

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5}\sqrt{6} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5}\sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 4. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 17

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 5. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 18

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 6. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 18

$$A = \begin{pmatrix} \frac{5}{14} & -\frac{3}{14}\sqrt{19} \\ -\frac{3}{14}\sqrt{19} & -\frac{5}{14} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 7. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 19

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3}\sqrt{5} \\ -\frac{1}{3}\sqrt{5} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 8. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 19

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5}\sqrt{21} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5}\sqrt{21} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 9. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 19

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{6}\sqrt{35} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{35} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 10. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 20

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{15} \\ \frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 11. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 20

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{13} & \frac{1}{13}\sqrt{165} \\ -\frac{1}{13}\sqrt{165} & -\frac{2}{13} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 12. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit → page 21

f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 13. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 21

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\sqrt{5} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 14. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 22

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 15. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 22

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{10}\sqrt{11} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10}\sqrt{11} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 16. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 22

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 17. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 23

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{15} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 18. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 23

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{14}{215} & \frac{1}{215}\sqrt{46029} \\ -\frac{1}{215}\sqrt{46029} & -\frac{14}{215} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 19. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 23

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 20. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 24

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 21. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 24

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{203} & -\frac{2}{203}\sqrt{10302} \\ \frac{2}{203}\sqrt{10302} & -\frac{1}{203} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 22. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 24

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{18} & \frac{1}{18}\sqrt{323} \\ \frac{1}{18}\sqrt{323} & \frac{1}{18} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 23. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 25

$$A = \begin{pmatrix} \frac{4}{9}\sqrt{5} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9}\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 24. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 25

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 25. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit → page 26

f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 26. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 26

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 27. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 26

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 28. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 27

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 29. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 27

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 30. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 27

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 31. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 28

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9}\sqrt{5} \\ -\frac{4}{9}\sqrt{5} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 32. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 28

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{30} & \frac{1}{30}\sqrt{899} \\ -\frac{1}{30}\sqrt{899} & \frac{1}{30} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 33. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 29

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 34. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 29

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 35. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 29

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{25} & -\frac{4}{25}\sqrt{39} \\ -\frac{4}{25}\sqrt{39} & -\frac{1}{25} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 36. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 30

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 37. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 30

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 38. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit → page 31

f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} & \frac{1}{5}\sqrt{21} \\ -\frac{1}{5}\sqrt{21} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 39. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 31

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 40. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 31

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 41. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 32

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 42. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 32

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{85} & \frac{2}{85}\sqrt{1806} \\ -\frac{2}{85}\sqrt{1806} & \frac{1}{85} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 43. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 33

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3}\sqrt{5} \\ \frac{1}{3}\sqrt{5} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 44. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 33

$$A = \begin{pmatrix} \frac{4}{7}\sqrt{3} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & -\frac{4}{7}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 45. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 34

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{4}{233}\sqrt{3003} & -\frac{79}{233} \\ \frac{79}{233} & -\frac{4}{233}\sqrt{3003} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 46. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 34

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3}\sqrt{5} \\ \frac{1}{3}\sqrt{5} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 47. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 34

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{4}{279} & -\frac{5}{279}\sqrt{3113} \\ \frac{5}{279}\sqrt{3113} & -\frac{4}{279} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 48. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 35

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 49. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 35

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5}\sqrt{6} \\ -\frac{2}{5}\sqrt{6} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 50. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 35

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5}\sqrt{6} \\ \frac{2}{5}\sqrt{6} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 51. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit → page 36

f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 52. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 36

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 53. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 37

$$A = \begin{pmatrix} \frac{5}{73}\sqrt{213} & \frac{2}{73} \\ -\frac{2}{73} & \frac{5}{73}\sqrt{213} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 54. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 37

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{62}\sqrt{427} & -\frac{1}{62} \\ \frac{1}{62} & \frac{3}{62}\sqrt{427} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 55. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 37

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 56. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 38

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{15} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{15} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 57. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 38

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 58. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 38

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6}\sqrt{35} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{35} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 59. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 39

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5}\sqrt{6} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5}\sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 60. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 39

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5}\sqrt{21} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5}\sqrt{21} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 61. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 40

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{8}{17} & \frac{15}{17} \\ \frac{15}{17} & \frac{8}{17} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 62. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 40

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{44}\sqrt{215} & \frac{1}{44} \\ \frac{1}{44} & -\frac{3}{44}\sqrt{215} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 63. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 40

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{11} & \frac{2}{11}\sqrt{30} \\ \frac{2}{11}\sqrt{30} & \frac{1}{11} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 64. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit → page 41

f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}\sqrt{15} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{15} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 65. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 41

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 66. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 41

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 67. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 42

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{13} & -\frac{2}{13}\sqrt{42} \\ -\frac{2}{13}\sqrt{42} & -\frac{1}{13} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 68. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 42

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 69. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 43

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\sqrt{2} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 70. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 43

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{19} & -\frac{6}{19}\sqrt{10} \\ -\frac{6}{19}\sqrt{10} & -\frac{1}{19} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 71. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 44

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 72. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 44

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 73. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 44

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{15} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 74. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 45

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{35} \\ \frac{1}{6}\sqrt{35} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 75. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 45

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{10} & -\frac{3}{10}\sqrt{11} \\ -\frac{3}{10}\sqrt{11} & \frac{1}{10} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 76. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 45

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{21} & \frac{2}{21}\sqrt{110} \\ -\frac{2}{21}\sqrt{110} & -\frac{1}{21} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 77. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit → page 46

f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{35} \\ \frac{1}{6}\sqrt{35} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 78. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 46

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 79. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 47

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{11} & \frac{2}{11}\sqrt{30} \\ \frac{2}{11}\sqrt{30} & \frac{1}{11} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 80. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 47

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 81. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 47

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 82. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 48

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{35} \\ \frac{1}{6}\sqrt{35} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 83. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 48

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 84. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 48

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 85. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 49

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{15} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{15} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 86. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 49

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 87. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 50

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{3}{46}\sqrt{235} & -\frac{1}{46} \\ -\frac{1}{46} & \frac{3}{46}\sqrt{235} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 88. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 50

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 89. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 50

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{8}\sqrt{7} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8}\sqrt{7} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 90. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit → page 51

f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\sqrt{5} \\ \frac{1}{3}\sqrt{5} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 91. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 51

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 92. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 51

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{36} & \frac{1}{36}\sqrt{1295} \\ \frac{1}{36}\sqrt{1295} & \frac{1}{36} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 93. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 52

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 94. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 52

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{6}\sqrt{35} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{35} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 95. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 53

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 96. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 53

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 97. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 53

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\sqrt{2} \\ \frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 98. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 54

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3}\sqrt{2} \\ -\frac{2}{3}\sqrt{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 99. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 54

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Exercice 100. On munit $\mathbb{R}^2$ de son produit scalaire usuel et on appelle $\mathcal{B}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : → page 55

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{7} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{7} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Montrer que f est une isométrie de $\mathbb{R}^2$ et la déterminer.

Corrigé 1. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{14}\right)^2+\left(\frac{1}{14}\sqrt{195}\right)^2=\frac{1}{196}+\frac{195}{196}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{14}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{14}\sqrt{195}$: il suffit de prendre $\theta=\arccos\left(\frac{1}{14}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{14}\right)$.

(Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 2. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{9}+\frac{8}{9}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi-\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

(Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 3. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(-\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2=\frac{1}{25}+\frac{24}{25}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{2}{5}\sqrt{6}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{5}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi-\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)$.

(Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$).

Corrigé 4. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc ← page 1

f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 5. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 1
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 6. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{5}{14}\right)^2 + \left(-\frac{3}{14}\sqrt{19}\right)^2 = \frac{25}{196} + \frac{171}{196} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{5}{14}$ et $\sin(\theta) = -\frac{3}{14}\sqrt{19}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{5}{14}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{5}{14}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{5}{14}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{3}{19}\sqrt{19}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 7. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{3}\sqrt{5}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 8. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{21}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{5}\sqrt{21}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{5}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{2}\sqrt{21} + \frac{5}{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 9. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2 = \frac{1}{36} + \frac{35}{36} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{6}\sqrt{35}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{6}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 10. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2=\frac{1}{16}+\frac{15}{16}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{4}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta=\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 11. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{13}\right)^2+\left(-\frac{1}{13}\sqrt{165}\right)^2=\frac{4}{169}+\frac{165}{169}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{2}{13}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{13}\sqrt{165}$: il suffit de prendre $\theta=-\pi+\arccos\left(\frac{2}{13}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi+\arccos\left(\frac{2}{13}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 12. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{9}+\frac{8}{9}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta)=-\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta=-\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 2

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 13. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}\sqrt{5}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 14. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 15. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\sqrt{11}\right)^2 = \frac{1}{100} + \frac{99}{100} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f ← page 3

nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{10}\sqrt{11}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{10}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{3}{10}\sqrt{11}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{3}{10}\sqrt{11}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 16. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4}+\frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}, -\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in M_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{3}-2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 17. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16}+\frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{4}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 3
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in M_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{15}+4\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 18. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{14}{215}\right)^2 + \left(-\frac{1}{215}\sqrt{46029}\right)^2 = \frac{196}{46225} + \frac{46029}{46225} = 1$, ← page 3 donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{14}{215}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{215}\sqrt{46029}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{14}{215}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{14}{215}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 19. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A ← page 4 sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}, -\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{3} - 2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 20. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A ← page 4 sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de

conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 21. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{203}\right)^2 + \left(\frac{2}{203}\sqrt{10302}\right)^2 = \frac{1}{41209} + \frac{41208}{41209} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{203}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{203}\sqrt{10302}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{203}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{1}{203}\right)$. ← page 4

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 22. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{18}\right)^2 + \left(\frac{1}{18}\sqrt{323}\right)^2 = \frac{1}{324} + \frac{323}{324} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{18}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{18}\sqrt{323}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{18}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur : ← page 4

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{18}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{18}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{17}\sqrt{323}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 23. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{1}{81} + \frac{80}{81} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une ← page 4

rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{4}{9}\sqrt{5}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{9}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{4}{9}\sqrt{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{9}\sqrt{5}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{9}\sqrt{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, 4\sqrt{5} - 9\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 24. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{6}\pi$. ← page 4

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 25. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{5}{6}\pi$. ← page 4

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 26. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=-\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 5

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 27. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=-\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 5

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 28. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=-\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 5

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 29. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement ← page 5

de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}, -\frac{1}{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 30. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 5
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}, -\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{3} - 2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 31. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{9}\right)^2 + \left(-\frac{4}{9}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{1}{81} + \frac{80}{81} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer ← page 5

entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{9}$ et $\sin(\theta) = -\frac{4}{9}\sqrt{5}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{9}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{9}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 32. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{30}\right)^2 + \left(-\frac{1}{30}\sqrt{899}\right)^2 = \frac{1}{900} + \frac{899}{900} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{30}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{30}\sqrt{899}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{30}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{30}\right)$. ← page 6

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 33. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{5}$ et $\sin(\theta) = \frac{4}{5}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 6
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{5}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 34. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{5}$ et $\sin(\theta) = -\frac{4}{5}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{3}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 6
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{3}{5}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 35. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{25}\right)^2 + \left(-\frac{4}{25}\sqrt{39}\right)^2 = \frac{1}{625} + \frac{624}{625} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{25}$ et $\sin(\theta) = -\frac{4}{25}\sqrt{39}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{25}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 6
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{25}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{25}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{2}{13}\sqrt{39}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 36. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de ← page 6

conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 37. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{6}\pi$. ← page 6

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 38. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{21}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{5}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{5}\sqrt{21}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{2}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{2}{5}\right)$. ← page 6

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 39. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{6}\,\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 40. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{1}{3}\,\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{3}\,\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 41. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{1}{3}\,\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{3}\,\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 42. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{85}\right)^2+\left(-\frac{2}{85}\sqrt{1806}\right)^2=\frac{1}{7225}+\frac{7224}{7225}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{85}$ et $\sin(\theta)=-\frac{2}{85}\sqrt{1806}$: il suffit de prendre $\theta=-\arccos\left(\frac{1}{85}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{1}{85}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 43. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2=\frac{4}{9}+\frac{5}{9}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{2}{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{3}\sqrt{5}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi-\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 44. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{7}\right)^2+\left(\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{49}+\frac{48}{49}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{4}{7}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{7}$: il suffit de prendre $\theta=\arccos\left(\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 7

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)\right),\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{4}{7}\sqrt{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ -4\sqrt{3}+7\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 45. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{79}{233}\right)^2+\left(-\frac{4}{233}\sqrt{3003}\right)^2=\frac{6241}{54289}+\frac{48048}{54289}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{4}{233}\sqrt{3003}$ et $\sin(\theta)=\frac{79}{233}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{4}{233}\sqrt{3003}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{4}{233}\sqrt{3003}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 46. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}\sqrt{5}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{2}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 47. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{4}{279}\right)^2 + \left(\frac{5}{279}\sqrt{3113}\right)^2 = \frac{16}{77841} + \frac{77825}{77841} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{4}{279}$ et $\sin(\theta) = \frac{5}{279}\sqrt{3113}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{4}{279}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{4}{279}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 48. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ \sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 49. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{5}\right)^2+\left(-\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2 = \frac{1}{25}+\frac{24}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{5}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{5}\sqrt{6}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ -\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 50. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2 = \frac{1}{25}+\frac{24}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{5}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{5}\sqrt{6}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{5}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{5}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ \frac{1}{2}\sqrt{6}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 51. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 8
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 52. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 53. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{73}\right)^2 + \left(\frac{5}{73}\sqrt{213}\right)^2 = \frac{4}{5329} + \frac{5325}{5329} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π ← page 9

pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{5}{73}\sqrt{213}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{73}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{5}{73}\sqrt{213}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{5}{73}\sqrt{213}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 54. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{62}\right)^2 + \left(\frac{3}{62}\sqrt{427}\right)^2 = \frac{1}{3844} + \frac{3843}{3844} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{62}\sqrt{427}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{62}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{3}{62}\sqrt{427}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{3}{62}\sqrt{427}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 55. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, 2\sqrt{2} - 3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 56. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont ← page 9

nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{4}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{4}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 57. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 9
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 58. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2 = \frac{1}{36} + \frac{35}{36} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{6}\sqrt{35}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{6}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 59. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{24}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la ← page 10

forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{5}\sqrt{6}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{5}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{5}\sqrt{6}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, 2\sqrt{6}+5\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 60. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{21}{25} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{5}\sqrt{21}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{5}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{5}\sqrt{21}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 61. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{8}{17}\right)^2 + \left(\frac{15}{17}\right)^2 = \frac{64}{289} + \frac{225}{289} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{8}{17}$ et $\sin(\theta) = \frac{15}{17}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{8}{17}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 10
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{8}{17}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{8}{17}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$

d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ \frac{5}{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 62. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{44}\right)^2+\left(\frac{3}{44}\sqrt{215}\right)^2 = \frac{1}{1936}+\frac{1935}{1936} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{44}\sqrt{215}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{44}$: il suffit de prendre $\theta = \arccos\left(\frac{3}{44}\sqrt{215}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{44}\sqrt{215}\right)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{44}\sqrt{215}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ -3\sqrt{215}+44\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

← page 10

Corrigé 63. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{11}\right)^2+\left(\frac{2}{11}\sqrt{30}\right)^2 = \frac{1}{121}+\frac{120}{121} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{11}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{11}\sqrt{30}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{11}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{11}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{11}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ \frac{1}{5}\sqrt{30}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

← page 10

Corrigé 64. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2=\frac{1}{16}+\frac{15}{16}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{4}\sqrt{15}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{4}$: il suffit de prendre $\theta=-\arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)\right),-\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\sqrt{15}-4\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

← page 10

Corrigé 65. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\frac{1}{4}\sqrt{6}-\frac{1}{4}\sqrt{2},\frac{1}{4}\sqrt{6}+\frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

← page 11

Corrigé 66. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement

← page 11

de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{3}\sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 67. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{13}\right)^2 + \left(-\frac{2}{13}\sqrt{42}\right)^2 = \frac{1}{169} + \frac{168}{169} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{13}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{13}\sqrt{42}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{13}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{13}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{13}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{7}\sqrt{42}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 68. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer ← page 11

entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 69. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 70. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{19}\right)^2 + \left(-\frac{6}{19}\sqrt{10}\right)^2 = \frac{1}{361} + \frac{360}{361} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{19}$ et $\sin(\theta) = -\frac{6}{19}\sqrt{10}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{19}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 11
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{19}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{19}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{3}{10}\sqrt{10}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 71. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement ← page 12

de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}, -\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{3} - 2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 72. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 12
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 73. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{15}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{4}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 12
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$

d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{3}\sqrt{15}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 74. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2 = \frac{1}{36} + \frac{35}{36} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{6}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{6}\sqrt{35}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 12
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{1}{6}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 75. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \left(-\frac{3}{10}\sqrt{11}\right)^2 = \frac{1}{100} + \frac{99}{100} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{10}$ et $\sin(\theta) = -\frac{3}{10}\sqrt{11}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{10}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 12
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{10}\right)\right), -\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{10}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{3}\sqrt{11}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 76. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{21}\right)^2 + \left(-\frac{2}{21}\sqrt{110}\right)^2 = \frac{1}{441} + \frac{440}{441} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de ← page 12

réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{21}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{21}\sqrt{110}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{21}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{21}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 77. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2 = \frac{1}{36} + \frac{35}{36} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{6}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{6}\sqrt{35}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 12
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \frac{1}{5}\sqrt{35}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 78. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{1}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$

d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\, -\sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 79. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{11}\right)^2+\left(\frac{2}{11}\sqrt{30}\right)^2=\frac{1}{121}+\frac{120}{121}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{11}$ et $\sin(\theta)=\frac{2}{11}\sqrt{30}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{1}{11}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{11}\right)\right),\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{11}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\,\frac{1}{5}\sqrt{30}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 80. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\frac{1}{4}\sqrt{6}-\frac{1}{4}\sqrt{2},\frac{1}{4}\sqrt{6}+\frac{1}{4}\sqrt{2}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\,\sqrt{3}+2\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 81. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{9}+\frac{8}{9}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta=-\pi+\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right),-\sin\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,-2\sqrt{2}-3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 82. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2=\frac{1}{36}+\frac{35}{36}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{6}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{6}\sqrt{35}$: il suffit de prendre $\theta=\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 83. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 13

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 84. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta=-\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 85. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{4}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\sqrt{15}\right)^2=\frac{1}{16}+\frac{15}{16}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{4}$ et $\sin(\theta)=-\frac{1}{4}\sqrt{15}$: il suffit de prendre $\theta=-\pi+\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\right)\right),-\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{4}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,-\frac{1}{3}\sqrt{15}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 86. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer ← page 14

entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{2}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{2}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 87. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{46}\right)^2 + \left(-\frac{3}{46}\sqrt{235}\right)^2 = \frac{1}{2116} + \frac{2115}{2116} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{3}{46}\sqrt{235}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{46}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{3}{46}\sqrt{235}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{46}\sqrt{235}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{46}\sqrt{235}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ -3\sqrt{235} - 46\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

← page 14

Corrigé 88. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{2}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\ \sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

← page 14

Corrigé 89. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{8}\right)^2+\left(\frac{3}{8}\sqrt{7}\right)^2 = \frac{1}{64}+\frac{63}{64} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{8}\sqrt{7}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{8}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{3}{8}\sqrt{7}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\arccos\left(\frac{3}{8}\sqrt{7}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 90. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{4}{9}+\frac{5}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{3}\sqrt{5}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 14

Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\right)\right), \cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{5}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 91. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4}+\frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{1}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\frac{1}{3}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 92. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{36}\right)^2+\left(\frac{1}{36}\sqrt{1295}\right)^2=\frac{1}{1296}+\frac{1295}{1296}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A=S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{36}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{36}\sqrt{1295}$: il suffit de prendre $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{1}{36}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=\left(\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{36}\right)\right),\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{36}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX=X$ d'inconnue $X\in\mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1,\frac{1}{35}\sqrt{1295}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 93. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A=R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta)=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta)=\frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta=\frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 94. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)^2=\frac{1}{36}+\frac{35}{36}=1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta)=\begin{pmatrix}\cos(\theta) & \sin(\theta)\\ \sin(\theta) & -\cos(\theta)\end{pmatrix}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer ← page 15

entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{1}{6}\sqrt{35}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{6}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées.
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{6}\sqrt{35}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, \sqrt{35} - 6\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 95. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -2\sqrt{2} - 3\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 96. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$: il suffit de prendre $\theta = -\frac{2}{3}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 15
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\sqrt{3}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 97. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = \pi - \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 16

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\pi - \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 98. On vérifie immédiatement que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ et $\sin(\theta) = -\frac{2}{3}\sqrt{2}$: il suffit de prendre $\theta = -\pi + \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 16

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $-\pi + \arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas... Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 99. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une rotation : il reste à déterminer son angle modulo 2π pour la déterminer entièrement. Or $A = R(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ et $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$: il suffit de prendre $\theta = \frac{5}{6}\pi$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 16

Ceci nous permet de conclure f est la rotation dont l'angle modulo 2π est $\frac{5}{6}\pi$.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas… Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).

Corrigé 100. On vérifie immédiatement que $\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\sqrt{7}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{7}{16} = 1$, donc les colonnes de A sont unitaires, et clairement orthogonales. On en déduit que A est une matrice orthogonale, donc f est une isométrie. D'après le théorème de classification des isométries planaires, f est soit une rotation, soit une réflexion. Or on sait que les matrices de rotation, à l'ordre 2, sont nécessairement de la forme $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$, tandis que les matrices de réflexion sont de la forme $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$. La forme de la matrice de f nous permet donc de conclure qu'il s'agit d'une réflexion : il reste à déterminer son axe de symétrie pour la déterminer entièrement. Or $A = S(\theta)$ si et seulement si $\cos(\theta) = \frac{3}{4}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{4}\sqrt{7}$: il suffit de prendre $\theta = -\arccos\left(\frac{3}{4}\right)$ pour que ces égalités soient vérifiées. ← page 16
Ceci nous permet de conclure f est la réflexion dont l'axe de symétrie est dirigé par le vecteur :

$$\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{4}\right)\right), -\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{3}{4}\right)\right)\right)$$

Si ce n'est pas le cosinus et le sinus d'un angle remarquable (je n'ai pas appris à Python à reconnaître cette éventualité), vous trouvez un vecteur directeur explicite en résolvant $AX = X$ d'inconnue $X \in \mathrm{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. La résolution permet d'en déduire que $\left(1, -\frac{1}{7}\sqrt{7}\right)$ dirige l'axe de symétrie de f.

(*Il y a une probabilité non nulle pour que la machine reconnaisse une valeur remarquable que vous ne connaissez pas… Elle le fera pour θ multiple de $\frac{\pi}{12}$, $\frac{\pi}{8}$ ou $\frac{\pi}{5}$*).