Calcul de l'inverse d'une matrice

Sur l'inversion de matrices. Utiliser la méthode du pivot de Gauß.

Exercice 1. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ -4 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 10

Exercice 2. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 & 5 \\ -3 & -1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 11

Exercice 3. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -3 & -3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 13

Exercice 4. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 14

Exercice 5. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 16

Exercice 6. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 8 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 17

Exercice 7. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -6 \\ -5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 19

Exercice 8. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 20

Exercice 9. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 13 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 21

Exercice 10. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & -1 \\ 0 & 12 & 14 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 23

Exercice 11. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 25

Exercice 12. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -6 & 25 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 26

Exercice 13. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 9 \\ 0 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 28

Exercice 14. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 29

Exercice 15. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 31

Exercice 16. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 33

Exercice 17. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 34

Exercice 18. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & -6 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 34

Exercice 19. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 7 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 35

Exercice 20. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 36

Exercice 21. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 37

Exercice 22. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & -1 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 39

Exercice 23. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 8 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & 11 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 39

Exercice 24. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & -4 \\ -3 & -10 & -1 & -1 \\ -3 & -7 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & 1 & 11 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 41

Exercice 25. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & -6 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 42

Exercice 26. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 44

Exercice 27. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 45

Exercice 28. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 85 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 46

Exercice 29. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 46

Exercice 30. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -3 & -1 \\ 4 & -13 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 48

Exercice 31. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -5 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 50

Exercice 32. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 51

Exercice 33. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 52

Exercice 34. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 30 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 52

Exercice 35. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 7 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 53

Exercice 36. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & -15 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ -11 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 54

Exercice 37. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 56

Exercice 38. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 57

Exercice 39. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 58

Exercice 40. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 59

Exercice 41. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 1 & -1 & -9 \\ 1 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 26 & 5 & 9 & -7 & 4 \\ 1 & 1 & -3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 59

Exercice 42. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ -6 & -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 61

Exercice 43. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ 0 & -4 & -1 & -6 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 63

Exercice 44. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 65

Exercice 45. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -12 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 65

Exercice 46. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 67

Exercice 47. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -5 & -3 & -36 \\ 3 & 0 & 0 & 6 & 20 \\ -1 & 0 & -3 & -1 & -2 \\ -1 & -4 & 8 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 68

Exercice 48. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 71

Exercice 49. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 71

Exercice 50. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 5 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 72

Exercice 51. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 16 & 0 & -2 & -10 & 1 \\ 1 & 1 & -7 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -5 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 74

Exercice 52. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 76

Exercice 53. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \\ -5 & 1 & -7 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 77

Exercice 54. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -6 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 77

Exercice 55. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 78

Exercice 56. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 6 & -7 \\ -1 & -12 & 3 & 1 & 0 \\ 28 & -1 & -1 & 1 & -33 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 79

Exercice 57. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 7 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 81

Exercice 58. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 82

Exercice 59. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -4 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 83

Exercice 60. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 84

Exercice 61. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & -1 \\ -6 & 0 & -1 & 1 \\ -2 & -22 & -7 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 85

Exercice 62. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 86

Exercice 63. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 1 & -6 \\ 1 & -7 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 87

Exercice 64. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ -4 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 90

Exercice 65. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -7 \\ -3 & -3 & -11 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 90

Exercice 66. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ 14 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 91

Exercice 67. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 & -9 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 93

Exercice 68. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 94

Exercice 69. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 8 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & -3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 95

Exercice 70. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -7 \\ 2 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 97

Exercice 71. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 98

Exercice 72. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 101

Exercice 73. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 82 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 102

Exercice 74. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 103

Exercice 75. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -2 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 104

Exercice 76. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 104

Exercice 77. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & -1 \\ 6 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 105

Exercice 78. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 106

Exercice 79. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 107

Exercice 80. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 10 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 109

Exercice 81. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 109

Exercice 82. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 110

Exercice 83. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 111

Exercice 84. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 111

Exercice 85. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -2 & -1 \\ -3 & -1 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -2 & -5 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 113

Exercice 86. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 20 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 114

Exercice 87. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 116

Exercice 88. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 & -28 \\ -1 & -3 & 8 & -4 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 1 & -16 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 9 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 117

Exercice 89. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -26 & -1 & -1 & 1 \\ 8 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -10 & -4 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 120

Exercice 90. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 121

Exercice 91. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 122

Exercice 92. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 8 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 123

Exercice 93. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 28 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 124

Exercice 94. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -15 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 125

Exercice 95. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 126

Exercice 96. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 127

Exercice 97. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -23 & 2 & -15 \\ -5 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 128

Exercice 98. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 129

Exercice 99. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 129

Exercice 100. Montrer que la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 12 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ est inversible, et donner son inverse. → page 130

Corrigé 1. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 1

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -3 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 6 & 4 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -14 & -10 & -5 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 6 & 4 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -14 & -10 & -5 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow -\frac{1}{4}L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{7}{4} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & \frac{9}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{9}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{7}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 9L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 14L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 4L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{9}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{7}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{7}{4} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & \frac{9}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 9 & 1 & -7 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{7}{4} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & \frac{9}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow 2L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 9 & 1 & -7 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & 1 & -3 & 1 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -9 & -1 & 6 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \frac{3}{4}L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 9 & 1 & -7 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -9 & -2 & 6 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -9 & -1 & 6 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -2L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 9 & 1 & -7 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -9 & -2 & 6 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 3 & -6 & 4 & 4 & 1 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 9 & 1 & -7 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -9 & -2 & 6 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow \tfrac{1}{9}L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{36} \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 0 & -2 & -1 & -4 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{1}{4}L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 9L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 9L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & -3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & -\frac{7}{12} & -\frac{1}{12} & -\frac{11}{18} & -\frac{13}{36} & -\frac{5}{18} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{1}{4}L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -4 & 0 & 0 & 0 & 5 & -3 & 8 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{19}{9} & -\frac{10}{9} & -\frac{16}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 3L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{4}L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{19}{9} & -\frac{10}{9} & -\frac{16}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow L_1 + 4L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{19}{9} & -\frac{10}{9} & -\frac{16}{9} \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$.

Corrigé 2. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 1

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -3 & 0 & 6 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 6 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & -4 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -4 & -4 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & -4 & -4 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & -2 & 1 & -3 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & -2 & 1 & -3 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{4}{3} & -2 & 1 & -7 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{21}{4} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{3}{4}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{17}{4} \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 4 & 5 & -3 & 18 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{21}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 4L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{2}{3}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{21}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 4L_3)\end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} \\ -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{21}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 3. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 1

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 3 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 & -\frac{11}{2} & \frac{5}{2} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 5L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{11}{8} & -\frac{5}{8} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{19}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & \frac{3}{4} & -\frac{57}{8} & \frac{15}{8} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{7}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{11}{8} & -\frac{5}{8} \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_4) \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{43}{8} & \frac{13}{8} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{7}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{11}{8} & -\frac{5}{8} \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3) \\ \\ \end{matrix}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{4} & -\frac{43}{8} & \frac{13}{8} \\ 0 & \frac{1}{4} & -\frac{7}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{11}{8} & -\frac{5}{8} \end{pmatrix}$.

Corrigé 4. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

← page 1

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow -L_1) \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & -2 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & -1 & 7 & 3 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 4L_1) \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -10 & -1 & 7 & 3 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & -2 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_2) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -10 & -1 & 7 & 3 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & -2 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 27 & -7 & -4 & 0 & 1 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -16 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 & 7 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 10L_2) \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 7L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -27 & 7 & 4 & 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -16 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 & 7 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -27 & 7 & 4 & 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & -4 & -1 & 1 & 1 & 0 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -27 & 7 & 4 & 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & -4 & -1 & 1 & 1 & 0 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow \frac{1}{9}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -27 & 7 & 4 & 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -1 & 1 & 1 & -\frac{11}{9} & -3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 11L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -27 & 7 & 4 & 0 & -1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -3 & -3 & \frac{11}{3} & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow -3L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & -4 & 3 & 3 & -\frac{11}{3} & -9 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & -3 & -3 & \frac{11}{3} & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -27 & 0 & -17 & 21 & 20 & -\frac{77}{3} & -53 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & \frac{4}{3} & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -3 & -3 & \frac{11}{3} & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 7L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \frac{1}{3}L_5) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & -5 & 4 & 4 & -5 & -12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & -6 & -7 & \frac{31}{3} & 28 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & \frac{4}{3} & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -3 & -3 & \frac{11}{3} & 9 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 27L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 2 & 2 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & -6 & -7 & \frac{31}{3} & 28 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & \frac{4}{3} & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -3 & -3 & \frac{11}{3} & 9 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 & -3 & -8 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ 10 & -6 & -7 & \frac{31}{3} & 28 \\ 1 & -1 & -1 & \frac{4}{3} & 3 \\ 3 & -3 & -3 & \frac{11}{3} & 9 \end{pmatrix}$.

Corrigé 5. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 1

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -2 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_3)$$

$$
\begin{aligned}
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 3 & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\
0 & 0 & 0 & 3 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2}
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 6L_3) \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 3 & 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\
0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2}
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow \frac{1}{3}L_4) \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & -2 & 0 & \frac{7}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\
0 & 1 & 3 & 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2}
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{1}{2}L_4) \\ \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\
0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2}
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_3) \\ \\ \\ \end{array}
\end{aligned}
$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 1 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 6. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 1

$$
\begin{aligned}
&\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
3 & 5 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
-1 & 8 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
-1 & 1 & -2 & 5 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
-1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 5 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
-1 & 8 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
-1 & 1 & -2 & 5 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftrightarrow L_1 \\ \\ \\ \\ \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 5 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
-1 & 8 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
-1 & 1 & -2 & 5 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow -L_1 \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 11 & -1 & 3 & -1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -5 & 1 & -2 & 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 6 & 0 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & -2 & 5 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1 \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1 \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_1) \end{array}
\end{aligned}
$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 5 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & 1 & -2 & 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 11 & -1 & 3 & -1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_2$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 1 & -2 & 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 11 & -1 & 3 & -1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 11 & -27 & 6 & 0 & 3 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & -12 & 33 & -5 & 0 & -7 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -23 & 58 & -12 & 1 & -8 & 0 & 0 & 11 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 6L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 11L_2 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{11} & \frac{6}{11} & 0 & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} & 0 & -\frac{5}{11} \\ 0 & 0 & -12 & 33 & -5 & 0 & -7 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -23 & 58 & -12 & 1 & -8 & 0 & 0 & 11 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{11} L_3$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{11} & \frac{6}{11} & 0 & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} & 0 & -\frac{5}{11} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{39}{11} & \frac{17}{11} & 0 & -\frac{41}{11} & \frac{12}{11} & 1 & \frac{6}{11} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{17}{11} & \frac{6}{11} & 1 & -\frac{19}{11} & \frac{23}{11} & 0 & \frac{6}{11} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_4 \leftarrow L_4 + 12L_3 \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 23L_3 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{11} & \frac{6}{11} & 0 & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} & 0 & -\frac{5}{11} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{17}{11} & \frac{6}{11} & 1 & -\frac{19}{11} & \frac{23}{11} & 0 & \frac{6}{11} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{39}{11} & \frac{17}{11} & 0 & -\frac{41}{11} & \frac{12}{11} & 1 & \frac{6}{11} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_4$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{11} & \frac{6}{11} & 0 & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} & 0 & -\frac{5}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{6}{17} & \frac{11}{17} & -\frac{19}{17} & \frac{23}{17} & 0 & \frac{6}{17} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{39}{11} & \frac{17}{11} & 0 & -\frac{41}{11} & \frac{12}{11} & 1 & \frac{6}{11} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{11}{17} L_4$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1\\
0 & 0 & 1 & -\frac{27}{11} & \frac{6}{11} & 0 & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} & 0 & -\frac{5}{11}\\
0 & 0 & 0 & 1 & \frac{6}{17} & \frac{11}{17} & -\frac{19}{17} & \frac{23}{17} & 0 & \frac{6}{17}\\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{17} & -\frac{39}{17} & \frac{4}{17} & -\frac{63}{17} & 1 & -\frac{12}{17}
\end{array}\right)\qquad\begin{array}{l}\\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - \frac{39}{11}L_4\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1\\
0 & 0 & 1 & -\frac{27}{11} & \frac{6}{11} & 0 & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} & 0 & -\frac{5}{11}\\
0 & 0 & 0 & 1 & \frac{6}{17} & \frac{11}{17} & -\frac{19}{17} & \frac{23}{17} & 0 & \frac{6}{17}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{39}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{63}{5} & \frac{17}{5} & -\frac{12}{5}
\end{array}\right)\qquad\begin{array}{l}\\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow \frac{17}{5}L_5\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -2 & 0 & 0 & 0 & \frac{39}{5} & -\frac{9}{5} & \frac{63}{5} & -\frac{17}{5} & \frac{12}{5}\\
0 & 1 & 2 & -5 & 0 & \frac{39}{5} & \frac{1}{5} & \frac{63}{5} & -\frac{17}{5} & \frac{7}{5}\\
0 & 0 & 1 & -\frac{27}{11} & 0 & \frac{234}{55} & -\frac{9}{55} & \frac{383}{55} & -\frac{102}{55} & \frac{47}{55}\\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{17}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{29}{5} & -\frac{6}{5} & \frac{6}{5}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{39}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{63}{5} & \frac{17}{5} & -\frac{12}{5}
\end{array}\right)\qquad\begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 - L_5)\\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_5)\\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{6}{11}L_5\\ (L_4 \leftarrow L_4 - \frac{6}{17}L_5\\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -2 & 0 & 0 & 0 & \frac{39}{5} & -\frac{9}{5} & \frac{63}{5} & -\frac{17}{5} & \frac{12}{5}\\
0 & 1 & 2 & 0 & 0 & \frac{124}{5} & -\frac{34}{5} & \frac{208}{5} & -\frac{47}{5} & \frac{37}{5}\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{63}{5} & -\frac{18}{5} & \frac{106}{5} & -\frac{24}{5} & \frac{19}{5}\\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{17}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{29}{5} & -\frac{6}{5} & \frac{6}{5}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{39}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{63}{5} & \frac{17}{5} & -\frac{12}{5}
\end{array}\right)\qquad\begin{array}{l}\\ (L_2 \leftarrow L_2 + 5L_4)\\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{27}{11}L_4\\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -2 & 0 & 0 & 0 & \frac{39}{5} & -\frac{9}{5} & \frac{63}{5} & -\frac{17}{5} & \frac{12}{5}\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5}\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{63}{5} & -\frac{18}{5} & \frac{106}{5} & -\frac{24}{5} & \frac{19}{5}\\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{17}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{29}{5} & -\frac{6}{5} & \frac{6}{5}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{39}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{63}{5} & \frac{17}{5} & -\frac{12}{5}
\end{array}\right)\qquad\begin{array}{l}\\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3\\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & -1 & 11 & -3 & 2\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5}\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{63}{5} & -\frac{18}{5} & \frac{106}{5} & -\frac{24}{5} & \frac{19}{5}\\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{17}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{29}{5} & -\frac{6}{5} & \frac{6}{5}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{39}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{63}{5} & \frac{17}{5} & -\frac{12}{5}
\end{array}\right)\qquad\begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2\\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 11 & -3 & 2\\ -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5}\\ \frac{63}{5} & -\frac{18}{5} & \frac{106}{5} & -\frac{24}{5} & \frac{19}{5}\\ \frac{17}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{29}{5} & -\frac{6}{5} & \frac{6}{5}\\ -\frac{39}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{63}{5} & \frac{17}{5} & -\frac{12}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 7. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 1

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -7 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{7}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{6}{7} & -\frac{1}{7} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{30}{7} & -\frac{5}{7} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 5L_3) \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{6}{7} & -\frac{1}{7} & 0 \\ -\frac{30}{7} & -\frac{5}{7} & 1 \\ \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 8. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 1

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & 2 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 13 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -4 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{9} & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{9}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -2 & 0 & \frac{4}{9} & -1 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{20}{9} & 0 & \frac{1}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{13}{9} & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{9} & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 5L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & \frac{10}{3} & -1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{13}{9} & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{9} & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -4 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{13}{9} & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{9} & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 0 & 1 \\ -\frac{11}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{13}{9} & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{4}{9} & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$.

Corrigé 9. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 1

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 13 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 13 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -5 & -9 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -9 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{array}\right) \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 61 & -3 & 5 & 1 & 0 & 2 \end{array}\right) \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 5L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 61 & -3 & 5 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{61}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{9} & 0 & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{9}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -5 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{61}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 + L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 12L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \frac{61}{9}L_5) \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{5}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{52}{9} & \frac{2}{9} \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & \frac{8}{3} & -\frac{25}{9} & -\frac{5}{9} & \frac{296}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{61}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 5L_4) \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{56}{9} & \frac{2}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{7}{9} & -\frac{5}{9} & \frac{80}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{61}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{11}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{136}{9} & \frac{1}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{7}{9} & -\frac{5}{9} & \frac{80}{9} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{61}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 + L_2) \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{11}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{136}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{2}{3} & -\frac{7}{9} & -\frac{5}{9} & \frac{80}{9} & -\frac{1}{9} \\ -1 & 1 & 0 & -12 & 0 \\ \frac{1}{3} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{61}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 10. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 1

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 14 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 14 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - L_1) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 12 & 14 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_2) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 38 & -25 & 25 & 12 & 0 & 1 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & -4 & 5 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -8 & 5 & -5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 12L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 2L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 5 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 38 & -25 & 25 & 12 & 0 & 1 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & -8 & 5 & -5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 38 & -25 & 25 & 12 & 0 & 1 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & -8 & 5 & -5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow -\frac{1}{4}L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{45}{2} & -13 & \frac{5}{2} & 0 & 1 & \frac{19}{2} & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 3 & 0 & 1 & 0 & -2 & -2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 38L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 8L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 3 & 0 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{45}{2} & -13 & \frac{5}{2} & 0 & 1 & \frac{19}{2} & 7 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{45}{2} & -13 & \frac{5}{2} & 0 & 1 & \frac{19}{2} & 7 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{5}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{9}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - \frac{45}{2}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 9 & 2 & 1 & -4 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow 2L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & 0 & 9 & 18 & 4 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{4} & 0 & -\frac{19}{4} & -9 & -2 & -\frac{5}{4} & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & \frac{26}{5} & \frac{6}{5} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 9 & 2 & 1 & -4 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \frac{3}{5}L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 4 & \frac{26}{5} & \frac{6}{5} & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 3 & \frac{38}{5} & \frac{8}{5} & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & \frac{26}{5} & \frac{6}{5} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 9 & 2 & 1 & -4 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{5}{4}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 5 & \frac{77}{10} & \frac{17}{10} & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{13}{5} & \frac{3}{5} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & \frac{26}{5} & \frac{6}{5} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 9 & 2 & 1 & -4 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & \frac{129}{10} & \frac{29}{10} & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{13}{5} & \frac{3}{5} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & \frac{26}{5} & \frac{6}{5} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 9 & 2 & 1 & -4 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & \frac{129}{10} & \frac{29}{10} & 1 & -5 \\ 1 & \frac{13}{5} & \frac{3}{5} & 0 & -1 \\ -1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 3 & \frac{26}{5} & \frac{6}{5} & 1 & -2 \\ 5 & 9 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Corrigé 11. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -3 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{9}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{9} & \frac{10}{9} & \frac{2}{3} & \frac{2}{9} \\ 0 & 1 & -2 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{9} & \frac{11}{9} & \frac{1}{3} & \frac{4}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{2}{9} & -\frac{8}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{7}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{9} & \frac{11}{9} & \frac{1}{3} & \frac{4}{9} \\ \frac{2}{9} & -\frac{8}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{7}{9} \\ -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$.

Corrigé 12. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 26 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & -25 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 11 & -53 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 26 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & -25 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 11 & -53 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -\frac{1}{2}L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 27 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -24 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -52 & 2 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -24 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 27 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -52 & 2 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 27 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -52 & 2 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow \frac{1}{3}L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -21 & 2 & 3 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{7}{3} & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 6L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 7L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -8 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{7}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -21 & 2 & 3 & -1 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -8 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{12} & 0 & -\frac{7}{12} & \frac{1}{4} \\
0 & 0 & 0 & -21 & 2 & 3 & -1 & 1 & 2 & 0
\end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{4}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -8 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{12} & 0 & -\frac{7}{12} & \frac{1}{4} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -4 & \frac{3}{4} & 1 & -\frac{41}{4} & \frac{21}{4}
\end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow L_5 + 21L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -8 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{12} & 0 & -\frac{7}{12} & \frac{1}{4} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & 3 & 4 & -41 & 21
\end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow 4L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -6 & 25 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{17}{2} & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{41}{2} & \frac{21}{2} \\
0 & 0 & 1 & -8 & 0 & \frac{17}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{4}{3} & 14 & -7 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -4 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & 3 & 4 & -41 & 21
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + \frac{1}{2}L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{1}{3}L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \frac{1}{12}L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -6 & 0 & 0 & \frac{125}{3} & -\frac{22}{3} & -\frac{25}{3} & 100 & -50 \\
0 & 1 & 2 & 0 & 0 & -\frac{28}{3} & \frac{5}{3} & \frac{13}{6} & -\frac{45}{2} & \frac{23}{2} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{23}{3} & \frac{4}{3} & \frac{4}{3} & -18 & 9 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -4 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & 3 & 4 & -41 & 21
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 25L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \frac{1}{2}L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 8L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -8 & 4 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{27}{2} & -\frac{13}{2} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{23}{3} & \frac{4}{3} & \frac{4}{3} & -18 & 9 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -4 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & 3 & 4 & -41 & 21
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 6L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3) \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{13}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -8 & 4 \\ 6 & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{27}{2} & -\frac{13}{2} \\ -\frac{23}{3} & \frac{4}{3} & \frac{4}{3} & -18 & 9 \\ -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -4 & 2 \\ -16 & 3 & 4 & -41 & 21 \end{pmatrix}$.

Corrigé 13. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 2

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{6} L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 9L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$.

Corrigé 14. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 2 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 5 & -4 & -3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -6 & 6 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -7 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 3L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 4L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 4L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & -1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -6 & 6 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -7 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & -1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 4L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 5L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & -1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow \tfrac{3}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & -1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & -\frac{1}{2} & 3 & \frac{7}{2} & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + \tfrac{7}{3}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & -1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 & -\frac{7}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{7}{3} & \frac{7}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \tfrac{4}{3}L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{15}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{11}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{5}{3}L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{11}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{11}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 3L_2) \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{11}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 15. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & -1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftrightarrow L_1) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow -L_1) \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & -2 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -4 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & -2 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -4 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 4 & -2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -3 & 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -3 & 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow -\frac{1}{2}L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow -L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_5) \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_5) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -5 & -3 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & -1 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & \frac{5}{2} & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{19}{2} & -\frac{11}{2} & 2 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{33}{2} & -\frac{19}{2} & 4 & -15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & \frac{5}{2} & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 4 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{33}{2} & -\frac{19}{2} & 4 & -15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & \frac{5}{2} & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_2) \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 & -2 & 7 \\ \frac{1}{2} & -\frac{33}{2} & -\frac{19}{2} & 4 & -15 \\ -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & \frac{5}{2} & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Corrigé 16. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -4 & 5 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -9 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -9 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 + L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -9 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 1 \\ -1 & -5 & 1 \\ -2 & -9 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 17. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 18. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 6 & -6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 6 & -6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -6 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -6 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$
\begin{aligned}
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -5 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2) \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -5 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow \frac{1}{2} L_3) \\ \\ \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & \frac{7}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 5L_3) \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{10} & \frac{7}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{5} L_4) \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{10} & \frac{7}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{10} & \frac{7}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_4) \\ \\ \\ \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{10} & \frac{7}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{10} & \frac{7}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}
\end{aligned}
$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{17}{10} & \frac{7}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{7}{10} & \frac{7}{10} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 19. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$
\begin{aligned}
&\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 9 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 8 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1) \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 9 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 8 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \\ \end{array}
\end{aligned}
$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 17 & -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -17 & 32 & -2 & 6 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 6L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & -17 & 32 & -2 & 6 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{9}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{9} & \frac{16}{9} & \frac{20}{9} & -\frac{17}{9} & 1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow L_4 + 17L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & -20 & 17 & -9 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow -9L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 3 & 0 & -63 & -80 & 68 & -36 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -64 & -81 & 68 & -36 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -30 & -38 & 32 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & -20 & 17 & -9 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 4L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{17}{9}L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 27 & 34 & -28 & 15 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 26 & 33 & -28 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -30 & -38 & 32 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & -20 & 17 & -9 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 79 & 100 & -84 & 45 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 26 & 33 & -28 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -30 & -38 & 32 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -16 & -20 & 17 & -9 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 79 & 100 & -84 & 45 \\ 26 & 33 & -28 & 15 \\ -30 & -38 & 32 & -17 \\ -16 & -20 & 17 & -9 \end{pmatrix}$.

Corrigé 20. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ -1 & -1 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 21. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -12 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow L_5 + 2L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -12 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow -L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 0 & 3 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow L_5 - 3L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & -7 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow -\tfrac{1}{12}L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & 0 & -1 & -\frac{7}{4} & -\frac{7}{12} & 1 & \frac{7}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & -\frac{5}{4} & -\frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 6L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 7L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{21}{4} & -\frac{7}{12} & 1 & \frac{7}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 7L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{11}{12} & 0 & -\frac{5}{6} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{1}{6} & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{17}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{9}{2} & -\frac{1}{6} & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{17}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{9}{2} & -\frac{1}{6} & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{3}{4} & -\frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$.

Corrigé 22. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 2

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 11 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{11}{4} & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & \frac{5}{4} & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - 11L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 5L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & \frac{5}{4} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{11}{4} & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{8} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{11}{4} & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{8} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 + \tfrac{1}{2}L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ -2 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{11}{4} & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 23. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 3

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & 11 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & 11 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 8 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & 11 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 8 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 15 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 15 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 8 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -15 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 8 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -15 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -17 & 121 & 0 & 1 & 8 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow L_3 - 8L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -15 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -17 & 121 & 0 & 1 & 8 & 16 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -15 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 17 & 1 & 8 & -52 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow L_4 + 17L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -15 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{17}{2} & \frac{1}{2} & 4 & -26 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 17 & 1 & 8 & -53 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & \frac{255}{2} & \frac{15}{2} & 59 & -392 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{121}{2} & \frac{7}{2} & 28 & -186 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{17}{2} & \frac{1}{2} & 4 & -26 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 15L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 7L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 17 & 1 & 8 & -53 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{13}{2} & \frac{1}{2} & 3 & -20 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{121}{2} & \frac{7}{2} & 28 & -186 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{17}{2} & \frac{1}{2} & 4 & -26 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 17 & 1 & 8 & -53 \\ \frac{13}{2} & \frac{1}{2} & 3 & -20 \\ \frac{121}{2} & \frac{7}{2} & 28 & -186 \\ \frac{17}{2} & \frac{1}{2} & 4 & -26 \end{pmatrix}$.

Corrigé 24. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 3 & 1 & 2 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -7 & -2 & -6 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -7 & -2 & -6 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 1 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & -10 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_1) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & 0 & -10 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -9 & 1 & -5 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 56 & 1 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 10 & 94 & 1 & 1 & 0 & 9 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 6L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 9L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{3} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 1 \\ 0 & 0 & 10 & 94 & 1 & 1 & 0 & 9 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{6}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{3} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 1 & -\frac{5}{3} & -1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow L_4 - 10L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 11 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{28}{3} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{3}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & -1 & 2 & -\frac{10}{3} & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 11 & -\frac{33}{2} & \frac{55}{2} & \frac{35}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{19}{2} & -14 & \frac{47}{2} & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + \frac{4}{3}L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 11L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{28}{3}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & -\frac{22}{3} & \frac{34}{3} & -19 & -12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & 4 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{19}{2} & -14 & \frac{47}{2} & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \frac{2}{3}L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{47}{6} & \frac{73}{6} & -\frac{61}{3} & -\frac{77}{6} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & 4 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{19}{2} & -14 & \frac{47}{2} & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - \tfrac{1}{3}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{47}{6} & \frac{73}{6} & -\frac{61}{3} & -\frac{77}{6} \\ \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & 4 & \frac{5}{2} \\ \frac{19}{2} & -14 & \frac{47}{2} & 15 \\ -1 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 25. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -6 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & -6 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 17 & -3 & -3 & 2 & 0 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 17 & -3 & -3 & 2 & 0 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 17 & -3 & -3 & 2 & 0 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 11 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -20 & -88 & -15 & 0 & -3 & 0 & 1 & 17 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 17L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & -20 & -88 & -15 & 0 & -3 & 0 & 1 & 17 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{44}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & -3 & \frac{20}{3} & 1 & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -10 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_4 \leftarrow L_4 + 20L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 3L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -10 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{44}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & -3 & \frac{20}{3} & 1 & \frac{11}{3} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{44}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & -3 & \frac{20}{3} & 1 & \frac{11}{3} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{10}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{22}{15} & -3 & \frac{122}{15} & 1 & \frac{11}{15} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow L_5 + \tfrac{44}{3} L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{22}{3} & 15 & -\frac{122}{3} & -5 & -\frac{11}{3} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow -5 L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & -1 & 0 & -\frac{22}{3} & -16 & \frac{122}{3} & 5 & \frac{11}{3} \\ 0 & 1 & 1 & 5 & 0 & -\frac{22}{3} & -15 & \frac{122}{3} & 5 & \frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{3} & 0 & -\frac{44}{9} & -10 & \frac{247}{9} & \frac{10}{3} & \frac{16}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{3}{2} & \frac{25}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{22}{3} & 15 & -\frac{122}{3} & -5 & -\frac{11}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{2}{3} L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \frac{1}{10} L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & -1 & 0 & 0 & -\frac{49}{6} & -\frac{35}{2} & \frac{269}{6} & \frac{11}{2} & \frac{23}{6} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{19}{6} & -\frac{15}{2} & \frac{119}{6} & \frac{5}{2} & \frac{11}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{6} & -\frac{9}{2} & \frac{73}{6} & \frac{3}{2} & \frac{7}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{3}{2} & \frac{25}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{22}{3} & 15 & -\frac{122}{3} & -5 & -\frac{11}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 5 L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{11}{3} L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & -10 & -22 & 57 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & -3 & \frac{23}{3} & 1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{6} & -\frac{9}{2} & \frac{73}{6} & \frac{3}{2} & \frac{7}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{3}{2} & \frac{25}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{22}{3} & 15 & -\frac{122}{3} & -5 & -\frac{11}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -4 & 11 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & -3 & \frac{23}{3} & 1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{6} & -\frac{9}{2} & \frac{73}{6} & \frac{3}{2} & \frac{7}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{3}{2} & \frac{25}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{22}{3} & 15 & -\frac{122}{3} & -5 & -\frac{11}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 6 L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 11 & 1 & 1 \\ -\frac{4}{3} & -3 & \frac{23}{3} & 1 & \frac{2}{3} \\ -\frac{11}{6} & -\frac{9}{2} & \frac{73}{6} & \frac{3}{2} & \frac{7}{6} \\ -\frac{5}{6} & -\frac{3}{2} & \frac{25}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \frac{22}{3} & 15 & -\frac{122}{3} & -5 & -\frac{11}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 26. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 3

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 10 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 10 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{3}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{7}{3} & \frac{4}{3} & 1 & \frac{10}{3} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 10L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{7} & -\frac{3}{7} & -\frac{10}{7} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{3}{7}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{7} & -\frac{3}{7} & -\frac{10}{7} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{4}{7} & -\frac{3}{7} & -\frac{3}{7} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{7} & -\frac{3}{7} & -\frac{10}{7} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{7} & -\frac{3}{7} & -\frac{3}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{4}{7} & -\frac{3}{7} & -\frac{10}{7} \end{pmatrix}$.

Corrigé 27. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 28. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 85 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{85}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{85}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{85}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{85}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - \tfrac{85}{2}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{85}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 29. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 3

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$
\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & -1 & -3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftrightarrow L_1)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow L_4 - L_1)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftrightarrow L_2)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftarrow -L_2)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -5 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_2) \end{array}
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{5}L_3)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_4)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_4) \end{array}
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 0 & 0 & -\frac{3}{10} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{10} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_3) \end{array}
$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{10} & -\frac{3}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{10} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{3}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{10} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 30. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 2 & 1 & 1 & -3 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -13 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & -13 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -3 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftrightarrow L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 4 & -13 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -3 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow -L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -17 & 5 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 5 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - 4L \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 5 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -17 & 5 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftrightarrow L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 5 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -17 & 5 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftarrow -L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -7 & 3 & 7 & -2 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -7 & 8 & 6 & -3 & 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -46 & 20 & 46 & -17 & 1 & 0 & 0 & -30 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2 \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_2 \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 17L \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{7} & -1 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & -7 & 8 & 6 & -3 & 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -46 & 20 & 46 & -17 & 1 & 0 & 0 & -30 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{7}L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{7} & -1 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{27}{7} & 1 & -\frac{46}{7} & 0 & -\frac{26}{7} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 7L_3 \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 46L \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{7} & -1 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{27}{7} & 1 & -\frac{46}{7} & 0 & -\frac{26}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{7} & -1 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{7}{2}L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{7} & -1 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{133}{2} & -\frac{35}{2} & 114 & 1 & 65 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow L_5 - 5L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{7} & -1 & \frac{2}{7} & 0 & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{133}{2} & \frac{35}{2} & -114 & -1 & -65 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow -L$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & \frac{133}{2} & -\frac{35}{2} & 114 & 1 & 64 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 0 & \frac{397}{2} & -\frac{105}{2} & 342 & 3 & 193 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{927}{14} & \frac{35}{2} & -\frac{799}{7} & -1 & -\frac{451}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{133}{2} & \frac{35}{2} & -114 & -1 & -65 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_5 \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_5 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 53 & -14 & 91 & 1 & 51 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 0 & 212 & -56 & 365 & 3 & 206 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -72 & 19 & -124 & -1 & -70 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{133}{2} & \frac{35}{2} & -114 & -1 & -65 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4 \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4 \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{3}{7}L \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -19 & 5 & -33 & 0 & -19 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -4 & 1 & -7 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -72 & 19 & -124 & -1 & -70 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{133}{2} & \frac{35}{2} & -114 & -1 & -65 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3 \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15 & 4 & -26 & 0 & -15 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -4 & 1 & -7 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -72 & 19 & -124 & -1 & -70 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{133}{2} & \frac{35}{2} & -114 & -1 & -65 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -15 & 4 & -26 & 0 & -15 \\ -4 & 1 & -7 & 0 & -4 \\ -72 & 19 & -124 & -1 & -70 \\ -\frac{27}{2} & \frac{7}{2} & -23 & 0 & -13 \\ -\frac{133}{2} & \frac{35}{2} & -114 & -1 & -65 \end{pmatrix}$.

Corrigé 31. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 5 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - 4L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 1 & -4 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{10} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{10}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & \frac{1}{10} & \frac{3}{5} & \frac{1}{10} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{10} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 5L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{5} & \frac{13}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{10} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} & \frac{13}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{2} & -2 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$.

Corrigé 32. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{5}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & -1 & 0 & \frac{7}{5} & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 0 & 0 & \frac{7}{5} & -\frac{4}{5} & 1 & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 1 & -\frac{6}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 1 & -\frac{6}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 33. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{2} L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{9}{2} & 2 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{9}{2} & 2 & -\frac{7}{2} \\ \frac{5}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 34. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 3

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 30 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 30 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 30 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -31 & -29 & 0 & 1 & 30 \\ 0 & -2 & -2 & 1 & 0 & 3 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - 30L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -31 & -29 & 0 & 1 & 30 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & -31 & -29 & 0 & 1 & 30 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 2 & -\frac{31}{2} & 1 & -\frac{33}{2} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 31L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{31}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{33}{4} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & \frac{31}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{29}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{29}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{27}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{31}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{33}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{29}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{27}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{31}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{33}{4} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{29}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{27}{4} \\ -\frac{31}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{33}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 35. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 7 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 7 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_3 \leftarrow L_3 - L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 7 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 7 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 7 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 7 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -10 & 1 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 7L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -10 & 1 & -3 & 6 \\ \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 36. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 0 & -2 & -3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -15 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -11 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -15 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -11 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow -L_1) \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -15 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 7 & 4 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & -8 & -7 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 35 & 21 & -11 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 3L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 11L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 7 & 4 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & -8 & -7 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 35 & 21 & -11 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 22 & 4 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -38 & -7 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 35 & 21 & -11 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_2) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -38 & -7 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 35 & 21 & -11 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow \frac{1}{4}L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{7}{4} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -86 & -1 & 0 & \frac{11}{2} & -\frac{11}{2} & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 7L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 22L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -86 & -1 & 0 & \frac{11}{2} & -\frac{11}{2} & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow 2L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -86 & \frac{97}{2} & \frac{591}{2} & 172 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 86L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 86 & -\frac{97}{2} & -\frac{591}{2} & -172 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow -L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 3 & 0 & -173 & 97 & 591 & 344 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{2} & 0 & -\frac{173}{2} & \frac{193}{4} & \frac{1183}{4} & 172 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 86 & -\frac{97}{2} & -\frac{591}{2} & -172 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_5) \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_5) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & -170 & \frac{191}{2} & \frac{1161}{2} & 338 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 15 & -\frac{17}{2} & -\frac{105}{2} & -30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -81 & \frac{91}{2} & \frac{553}{2} & 161 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 86 & -\frac{97}{2} & -\frac{591}{2} & -172 & -1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 15L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{11}{2}L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & \frac{9}{2} & \frac{55}{2} & 16 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 96 & -54 & -329 & -191 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -81 & \frac{91}{2} & \frac{553}{2} & 161 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 86 & -\frac{97}{2} & -\frac{591}{2} & -172 & -1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & \frac{9}{2} & \frac{55}{2} & 16 & 0 \\ 96 & -54 & -329 & -191 & -1 \\ -81 & \frac{91}{2} & \frac{553}{2} & 161 & 1 \\ -1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \\ 86 & -\frac{97}{2} & -\frac{591}{2} & -172 & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 37. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -2 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 2 & -2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -12 & 2 & -2 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -12 & 2 & -2 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -\frac{1}{3}L_2) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 5 & -1 & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 14 & -2 & 1 & -2 & 0 & -4 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 4L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 12L_2) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{15} & \frac{1}{5} & -\frac{4}{15} \\ 0 & 0 & 14 & -2 & 1 & -2 & 0 & -4 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{5}L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{15} & \frac{1}{5} & -\frac{4}{15} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & 1 & -\frac{16}{15} & -\frac{14}{5} & -\frac{4}{15} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 14L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{15} & \frac{1}{5} & -\frac{4}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{5}{4} & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{5}{4}L_4)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 1 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{3} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{5}{4} & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \tfrac{1}{5}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{5}{4} & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{5}{4} & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 4L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ \frac{5}{4} & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 38. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftrightarrow L_2) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -1 & 0 & 4 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 6L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 4L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 & -1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{4} L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & 1 & 5 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 & -1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 4L_4) \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & 1 & 5 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 & -1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 5L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{3}{4} & 1 & 5 & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & -1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 39. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow -L_1) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 3 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 3L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3} L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 + L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 40. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 4L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 19 & 5 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{19}{5} & 1 & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{5}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{19}{5} & 1 & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{19}{5} & 1 & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} \\ -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ \frac{19}{5} & 1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 41. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -4 & 4 & 1 & -1 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 26 & 5 & 9 & -7 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 1 & -1 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 26 & 5 & 9 & -7 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 1 & -9 & -17 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -21 & 9 & 45 & 56 & 0 & -26 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 4 & 5 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 26L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_1) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 4 & 5 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -21 & 9 & 45 & 56 & 0 & -26 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 1 & -9 & -17 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_2) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -21 & 9 & 45 & 56 & 0 & -26 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 1 & -9 & -17 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -\frac{1}{2}L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 3 & \frac{7}{2} & 0 & -5 & 1 & 0 & -\frac{21}{2} \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 7 & 3 & 1 & -4 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 21L_2) \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 8L_2) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 7 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 7 & 3 & 1 & -4 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow -\frac{2}{3}L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & -4 & 0 & 9 & -2 & 1 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 17 & \frac{44}{3} & 1 & -\frac{62}{3} & \frac{10}{3} & 0 & -31 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 5L_3) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} & 0 & -\frac{9}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{21}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 17 & \frac{44}{3} & 1 & -\frac{62}{3} & \frac{10}{3} & 0 & -31 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{5}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\
0 & 0 & 1 & -2 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 7 \\
0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} & 0 & -\frac{9}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{21}{5} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{16}{15} & 1 & \frac{149}{15} & -\frac{52}{15} & \frac{17}{5} & \frac{202}{5}
\end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow L_5 - 17L_4)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\
0 & 0 & 1 & -2 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 7 \\
0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} & 0 & -\frac{9}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{21}{5} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{15}{16} & \frac{149}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{51}{16} & \frac{303}{8}
\end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow \tfrac{15}{16}L_5)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 1 & 0 & -2 & 0 & \frac{15}{8} & \frac{157}{8} & -\frac{13}{2} & \frac{51}{8} & \frac{303}{4} \\
0 & 1 & -\frac{1}{2} & -2 & 0 & \frac{75}{32} & \frac{777}{32} & -\frac{65}{8} & \frac{255}{32} & \frac{1507}{16} \\
0 & 0 & 1 & -2 & 0 & \frac{35}{16} & \frac{401}{16} & -\frac{33}{4} & \frac{119}{16} & \frac{763}{8} \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{37}{4} & 3 & -\frac{11}{4} & -\frac{69}{2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{15}{16} & \frac{149}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{51}{16} & \frac{303}{8}
\end{array}\right) \quad \begin{array}{l}
(L_1 \leftarrow L_1 + 2L_5) \\
(L_2 \leftarrow L_2 + \frac{5}{2}L_5) \\
(L_3 \leftarrow L_3 + \frac{7}{3}L_5) \\
(L_4 \leftarrow L_4 - \frac{4}{5}L_5) \\
\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{8} & \frac{9}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{7}{8} & \frac{27}{4} \\
0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{27}{32} & \frac{185}{32} & -\frac{17}{8} & \frac{79}{32} & \frac{403}{16} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{11}{16} & \frac{105}{16} & -\frac{9}{4} & \frac{31}{16} & \frac{211}{8} \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{37}{4} & 3 & -\frac{11}{4} & -\frac{69}{2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{15}{16} & \frac{149}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{51}{16} & \frac{303}{8}
\end{array}\right) \quad \begin{array}{l}
(L_1 \leftarrow L_1 + 2L_4) \\
(L_2 \leftarrow L_2 + 2L_4) \\
(L_3 \leftarrow L_3 + 2L_4) \\
\\
\\
\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{8} & \frac{9}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{7}{8} & \frac{27}{4} \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{19}{16} & \frac{145}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{55}{16} & \frac{307}{8} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{11}{16} & \frac{105}{16} & -\frac{9}{4} & \frac{31}{16} & \frac{211}{8} \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{37}{4} & 3 & -\frac{11}{4} & -\frac{69}{2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{15}{16} & \frac{149}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{51}{16} & \frac{303}{8}
\end{array}\right) \quad \begin{array}{l}
\\
(L_2 \leftarrow L_2 + \frac{1}{2}L_3) \\
\\
\\
\\
\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{16} & -\frac{127}{16} & \frac{11}{4} & -\frac{41}{16} & -\frac{253}{8} \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{19}{16} & \frac{145}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{55}{16} & \frac{307}{8} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{11}{16} & \frac{105}{16} & -\frac{9}{4} & \frac{31}{16} & \frac{211}{8} \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{37}{4} & 3 & -\frac{11}{4} & -\frac{69}{2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{15}{16} & \frac{149}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{51}{16} & \frac{303}{8}
\end{array}\right) \quad \begin{array}{l}
(L_1 \leftarrow L_1 - L_2) \\
\\
\\
\\
\\
\end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix}
-\frac{13}{16} & -\frac{127}{16} & \frac{11}{4} & -\frac{41}{16} & -\frac{253}{8} \\
\frac{19}{16} & \frac{145}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{55}{16} & \frac{307}{8} \\
\frac{11}{16} & \frac{105}{16} & -\frac{9}{4} & \frac{31}{16} & \frac{211}{8} \\
-\frac{3}{4} & -\frac{37}{4} & 3 & -\frac{11}{4} & -\frac{69}{2} \\
\frac{15}{16} & \frac{149}{16} & -\frac{13}{4} & \frac{51}{16} & \frac{303}{8}
\end{pmatrix}$.

Corrigé 42. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 4

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & -2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} -2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & -2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & -2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + 6L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 1 & -3 & 4 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{8} & -\frac{7}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \tfrac{1}{2}L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{8} & -\frac{7}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & 2 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 + L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & 2 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -1 & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - \tfrac{1}{2}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & 2 & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 43. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 1 & 2 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & -6 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & -6 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & -6 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & -6 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & -6 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -6 & 2 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 6 & 5 & -1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -18 & -13 & 4 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 4L_2) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -6 & 2 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 5 & -2 & 1 & -3 & 0 & 2 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 3L_3) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -6 & 2 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 3 & 2 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 3L_4) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -6 & 2 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow \frac{1}{2}L_5) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{9}{2} & -3 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & 0 & \frac{9}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 0 & 5 & 3 & 1 & 9 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{5}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 6L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -4 & -2 & -1 & -7 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 7 & 3 & 3 & 12 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{25}{2} & \frac{11}{2} & 6 & \frac{43}{2} & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{5}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 21 & 9 & 11 & 36 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{2} & -\frac{5}{2} & -3 & -\frac{19}{2} & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{25}{2} & \frac{11}{2} & 6 & \frac{43}{2} & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{5}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{31}{2} & \frac{13}{2} & 8 & \frac{53}{2} & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{2} & -\frac{5}{2} & -3 & -\frac{19}{2} & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{25}{2} & \frac{11}{2} & 6 & \frac{43}{2} & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{5}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{31}{2} & \frac{13}{2} & 8 & \frac{53}{2} & 10 \\ -\frac{11}{2} & -\frac{5}{2} & -3 & -\frac{19}{2} & -4 \\ \frac{25}{2} & \frac{11}{2} & 6 & \frac{43}{2} & 9 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{5}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 44. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 4

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -4 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 0 & -1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 4L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{5}{2}L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 3L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{7}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 45. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 4

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & -12 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 25 & 2 & 5 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 25 & 2 & 5 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 25 & 2 & 5 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 13 & -1 & 1 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -10 & 1 & 0 & -11 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 5 & 27 & -2 & 0 & 25 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 12L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 11L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 25L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 13 & -1 & 1 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 13 & -1 & 1 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 13 & -1 & 1 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 13 & -1 & 1 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -\frac{10}{3} & \frac{23}{3} & -\frac{13}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 13L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \frac{1}{3}L_5) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{7}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{23}{9} & \frac{67}{9} & -\frac{38}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{10}{3} & -\frac{23}{3} & \frac{13}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{23}{9} & \frac{67}{9} & -\frac{38}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{23}{9} & \frac{67}{9} & -\frac{38}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 12L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ -1 & -\frac{23}{9} & \frac{67}{9} & -\frac{38}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 46. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 5

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{3} L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{10}{3} & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{10}{3} & 1 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 47. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & -1 & -5 & -3 & -36 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 6 & 20 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 8 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 0 & -3 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 6 & 20 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & -3 & -36 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 8 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 6 & 20 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & -3 & -36 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 8 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 3 & 14 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & -3 & -36 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 11 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & -3 & -36 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 3 & 14 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 11 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 3 & 14 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 11 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 3 & 14 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 31 & 11 & 148 & -4 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 4L_2) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 31 & 11 & 148 & -4 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 3 & 14 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 31 & 11 & 148 & -4 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 3 & 14 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 11 & \frac{203}{2} & -4 & 0 & \frac{29}{2} & 1 & -\frac{31}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 3 & \frac{55}{2} & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{9}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 31L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 9L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 3 & \frac{55}{2} & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 11 & \frac{203}{2} & -4 & 0 & \frac{29}{2} & 1 & -\frac{31}{2} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{55}{6} & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 11 & \frac{203}{2} & -4 & 0 & \frac{29}{2} & 1 & -\frac{31}{2} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{55}{6} & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & -4 & -\frac{11}{3} & 20 & 1 & -32 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow L_5 - 11L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 36 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{55}{6} & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -6 & -\frac{11}{2} & 30 & \frac{3}{2} & -48 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow \tfrac{3}{2}L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 12 & 11 & -61 & -3 & 96 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 0 & 215 & 198 & -1080 & -54 & 1728 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9 & \frac{33}{4} & -\frac{91}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{145}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 55 & \frac{203}{4} & -\frac{551}{2} & -\frac{55}{4} & \frac{883}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -6 & -\frac{11}{2} & 30 & \frac{3}{2} & -48 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 36L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{3}{2}L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \frac{55}{6}L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & -43 & -\frac{159}{4} & \frac{429}{2} & \frac{43}{4} & -\frac{691}{2} \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 0 & 50 & \frac{183}{4} & -\frac{507}{2} & -\frac{51}{4} & \frac{807}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9 & \frac{33}{4} & -\frac{91}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{145}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 55 & \frac{203}{4} & -\frac{551}{2} & -\frac{55}{4} & \frac{883}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -6 & -\frac{11}{2} & 30 & \frac{3}{2} & -48 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -70 & -\frac{129}{2} & 351 & \frac{35}{2} & -563 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & \frac{9}{2} & -26 & -\frac{3}{2} & 41 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9 & \frac{33}{4} & -\frac{91}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{145}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 55 & \frac{203}{4} & -\frac{551}{2} & -\frac{55}{4} & \frac{883}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -6 & -\frac{11}{2} & 30 & \frac{3}{2} & -48 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 5L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -70 & -\frac{129}{2} & 351 & \frac{35}{2} & -563 \\ 5 & \frac{9}{2} & -26 & -\frac{3}{2} & 41 \\ 9 & \frac{33}{4} & -\frac{91}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{145}{2} \\ 55 & \frac{203}{4} & -\frac{551}{2} & -\frac{55}{4} & \frac{883}{2} \\ -6 & -\frac{11}{2} & 30 & \frac{3}{2} & -48 \end{pmatrix}$.

Corrigé 48. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 49. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 6 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 6L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 6 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 10 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - 4L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 10 & -4 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 50. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & -1 & 2 & 5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & -4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 5 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & -4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -3 & -4 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -3 & -4 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & -8 & 1 & 2 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow L_5 - 3L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & -8 & 1 & 2 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 1 & \frac{7}{2} & 0 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow L_5 - \tfrac{3}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{10} & 0 & -\frac{3}{10} & -\frac{3}{10} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow -\tfrac{1}{5}L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{7}{5} & -1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{2} & \frac{3}{5} & \frac{1}{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{12}{5} & -1 & -\frac{8}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{10} & 0 & -\frac{3}{10} & -\frac{3}{10} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_5) \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_5) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{7}{5} & -1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{7}{5} & 1 & \frac{8}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{12}{5} & -1 & -\frac{8}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{10} & 0 & -\frac{3}{10} & -\frac{3}{10} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \tfrac{3}{2}L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{5} & \frac{13}{5} & 1 & \frac{12}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{13}{5} & -1 & -\frac{7}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{12}{5} & -1 & -\frac{8}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{10} & 0 & -\frac{3}{10} & -\frac{3}{10} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{13}{5} & 1 & \frac{12}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{3}{5} & -\frac{13}{5} & -1 & -\frac{7}{5} & -\frac{2}{5} \\ 1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ -\frac{2}{5} & -\frac{12}{5} & -1 & -\frac{8}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{7}{10} & 0 & -\frac{3}{10} & -\frac{3}{10} \end{pmatrix}$.

Corrigé 51. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 16 & 0 & -2 & -10 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -5 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & -2 & -10 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -5 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 110 & -26 & 33 & 1 & -16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 48 & -7 & 13 & 0 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -9 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 \\ (L_3 \leftarrow L_3 \\ (L_4 \leftarrow L_4 \\ (L_5 \leftarrow L_5 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 110 & -26 & 33 & 1 & -16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 48 & -7 & 13 & 0 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -9 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 110 & -26 & 33 & 1 & -16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 48 & -7 & 13 & 0 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -9 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 222 & -42 & 65 & 1 & -32 & -16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 97 & -14 & 27 & 0 & -14 & -7 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 19 & -5 & 6 & 0 & -3 & -4 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 \\ (L_4 \leftarrow L_4 \\ (L_5 \leftarrow L_5 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19 & -5 & 6 & 0 & -3 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 97 & -14 & 27 & 0 & -14 & -7 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 222 & -42 & 65 & 1 & -32 & -16 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{19} & \frac{6}{19} & 0 & -\frac{3}{19} & -\frac{4}{19} & 0 & \frac{1}{19} \\ 0 & 0 & 97 & -14 & 27 & 0 & -14 & -7 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 222 & -42 & 65 & 1 & -32 & -16 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{19} & \frac{6}{19} & 0 & -\frac{3}{19} & -\frac{4}{19} & 0 & \frac{1}{19} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{219}{19} & -\frac{69}{19} & 0 & \frac{25}{19} & \frac{255}{19} & 1 & -\frac{97}{19} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{312}{19} & -\frac{97}{19} & 1 & \frac{58}{19} & \frac{584}{19} & 0 & -\frac{222}{19} \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \\ (L_5 \leftarrow L_5 - \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{19} & \frac{6}{19} & 0 & -\frac{3}{19} & -\frac{4}{19} & 0 & \frac{1}{19} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{73} & 0 & \frac{25}{219} & \frac{85}{73} & \frac{19}{219} & -\frac{97}{219} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{312}{19} & -\frac{97}{19} & 1 & \frac{58}{19} & \frac{584}{19} & 0 & -\frac{222}{19} \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{19} & \frac{6}{19} & 0 & -\frac{3}{19} & -\frac{4}{19} & 0 & \frac{1}{19} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{73} & 0 & \frac{25}{219} & \frac{85}{73} & \frac{19}{219} & -\frac{97}{219} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{73} & 1 & \frac{86}{73} & \frac{848}{73} & -\frac{104}{73} & -\frac{322}{73} \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{19} & \frac{6}{19} & 0 & -\frac{3}{19} & -\frac{4}{19} & 0 & \frac{1}{19} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{73} & 0 & \frac{25}{219} & \frac{85}{73} & \frac{19}{219} & -\frac{97}{219} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{73}{5} & \frac{86}{5} & \frac{848}{5} & -\frac{104}{5} & -\frac{322}{5} \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 1 & 0 & \frac{146}{5} & \frac{177}{5} & \frac{1696}{5} & -\frac{208}{5} & -\frac{644}{5} \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 0 & -\frac{146}{5} & -\frac{177}{5} & -\frac{1701}{5} & \frac{208}{5} & \frac{644}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{19} & 0 & -\frac{438}{95} & -\frac{531}{95} & -\frac{5108}{95} & \frac{624}{95} & \frac{1937}{95} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{5} & \frac{83}{15} & \frac{273}{5} & -\frac{97}{15} & -\frac{311}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{73}{5} & \frac{86}{5} & \frac{848}{5} & -\frac{104}{5} & -\frac{322}{5} \end{array}\right) \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & -7 & 0 & 0 & \frac{123}{5} & \frac{448}{15} & \frac{1423}{5} & -\frac{527}{15} & -\frac{1621}{15} \\ 0 & 1 & 7 & 0 & 0 & -\frac{123}{5} & -\frac{448}{15} & -\frac{1428}{5} & \frac{527}{15} & \frac{1621}{15} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{62}{15} & -\frac{197}{5} & \frac{73}{15} & \frac{224}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{5} & \frac{83}{15} & \frac{273}{5} & -\frac{97}{15} & -\frac{311}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{73}{5} & \frac{86}{5} & \frac{848}{5} & -\frac{104}{5} & -\frac{322}{5} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 \\ (L_2 \leftarrow L_2 \\ (L_3 \leftarrow L_3 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{14}{15} & \frac{44}{5} & -\frac{16}{15} & -\frac{53}{15} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{14}{15} & -\frac{49}{5} & \frac{16}{15} & \frac{53}{15} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{62}{15} & -\frac{197}{5} & \frac{73}{15} & \frac{224}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{5} & \frac{83}{15} & \frac{273}{5} & -\frac{97}{15} & -\frac{311}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{73}{5} & \frac{86}{5} & \frac{848}{5} & -\frac{104}{5} & -\frac{322}{5} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 \\ (L_2 \leftarrow L_2 \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{5} & \frac{28}{15} & \frac{93}{5} & -\frac{32}{15} & -\frac{106}{15} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{14}{15} & -\frac{49}{5} & \frac{16}{15} & \frac{53}{15} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{62}{15} & -\frac{197}{5} & \frac{73}{15} & \frac{224}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{5} & \frac{83}{15} & \frac{273}{5} & -\frac{97}{15} & -\frac{311}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{73}{5} & \frac{86}{5} & \frac{848}{5} & -\frac{104}{5} & -\frac{322}{5} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{8}{5} & \frac{28}{15} & \frac{93}{5} & -\frac{32}{15} & -\frac{106}{15} \\ -\frac{4}{5} & -\frac{14}{15} & -\frac{49}{5} & \frac{16}{15} & \frac{53}{15} \\ -\frac{17}{5} & -\frac{62}{15} & -\frac{197}{5} & \frac{73}{15} & \frac{224}{15} \\ \frac{23}{5} & \frac{83}{15} & \frac{273}{5} & -\frac{97}{15} & -\frac{311}{15} \\ \frac{73}{5} & \frac{86}{5} & \frac{848}{5} & -\frac{104}{5} & -\frac{322}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 52. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -4 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 1 & 0 & 4 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 4L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 1 & 0 & 4 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 4 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -4 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & \frac{5}{2} & -12 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -4 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_3) \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -3 & \frac{5}{2} & -12 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Corrigé 53. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 1 & -7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & -7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & -7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{9}{2} & 0 & -\frac{5}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - \tfrac{7}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & -1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{7}{4} & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{9}{2} & \frac{5}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \tfrac{1}{2}L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{9}{2} & \frac{5}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & -1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - \tfrac{1}{2}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 1 \\ \frac{9}{2} & \frac{5}{2} & -1 \\ \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 54. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -6 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -19 & 5 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -13 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -13 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -19 & 5 & 3 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{13} & -\frac{2}{13} & 0 & -\frac{1}{13} \\ 0 & -19 & 5 & 3 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{13}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{13} & -\frac{2}{13} & 0 & -\frac{1}{13} \\ 0 & 0 & \frac{8}{13} & \frac{1}{13} & 1 & -\frac{19}{13} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 19L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{13} & -\frac{2}{13} & 0 & -\frac{1}{13} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{13}{8} & -\frac{19}{8} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{13}{8}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{13}{4} & -\frac{19}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{13}{8} & -\frac{19}{8} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \tfrac{3}{13}L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{13}{8} & -\frac{19}{8} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 - 6L_2) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{5}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{13}{8} & -\frac{19}{8} \end{pmatrix}$.

Corrigé 55. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -3 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - L_3)$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3}
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow \frac{1}{3} L_4) \end{array}
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\
0 & 1 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3}
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \frac{3}{2} L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_4) \\ \end{array}
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\
0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3}
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{2} L_3) \\ \\ \\ \end{array}
$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 56. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$
\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
-5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -12 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
28 & -1 & -1 & 1 & -33 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
-1 & 1 & 0 & 0 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\sim
\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -12 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
28 & -1 & -1 & 1 & -33 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
-1 & 1 & 0 & 0 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -5 & 31 & -35 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -12 & 2 & 7 & -7 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 27 & -167 & 163 & 0 & -28 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & -1 & 6 & 23 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L \\ (L \\ (L \\ (L \end{array}
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 27 & -167 & 163 & 0 & -28 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -12 & 2 & 7 & -7 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -5 & 31 & -35 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & 6 & 23 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & -12 & 2 & 7 & -7 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -5 & 31 & -35 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & 6 & 23 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & -322 & 2011 & -1963 & 0 & 337 & 1 & -12 & 0 \\
0 & 0 & -5 & 31 & -35 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 26 & -161 & 186 & 0 & -27 & 0 & 1 & 1
\end{array}\right)
\qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L \\ \\ (L \end{array}
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & -5 & 31 & -35 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -322 & 2011 & -1963 & 0 & 337 & 1 & -12 & 0 \\
0 & 0 & 26 & -161 & 186 & 0 & -27 & 0 & 1 & 1
\end{array}\right)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -\frac{31}{5} & 7 & -\frac{1}{5} & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -322 & 2011 & -1963 & 0 & 337 & 1 & -12 & 0 \\
0 & 0 & 26 & -161 & 186 & 0 & -27 & 0 & 1 & 1
\end{array}\right)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -\frac{31}{5} & 7 & -\frac{1}{5} & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{73}{5} & 291 & -\frac{322}{5} & 15 & 1 & -12 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 4 & \frac{26}{5} & -1 & 0 & 1 & 1
\end{array}\right)
\qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \\ (L_5 \end{array}
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -\frac{31}{5} & 7 & -\frac{1}{5} & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 4 & \frac{26}{5} & -1 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & \frac{73}{5} & 291 & -\frac{322}{5} & 15 & 1 & -12 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -\frac{31}{5} & 7 & -\frac{1}{5} & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 20 & 26 & -5 & 0 & 5 & 5 \\
0 & 0 & 0 & \frac{73}{5} & 291 & -\frac{322}{5} & 15 & 1 & -12 & 0
\end{array}\right)
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -\frac{31}{5} & 7 & -\frac{1}{5} & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 20 & 26 & -5 & 0 & 5 & 5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -444 & 88 & 1 & -85 & -73
\end{array}\right)
\qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L \end{array}
$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 6 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -27 & 167 & -163 & 0 & 28 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{31}{5} & 7 & -\frac{1}{5} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 20 & 26 & -5 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 444 & -88 & -1 & 85 & 73 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 6 & 0 & 3108 & -615 & -7 & 595 & 511 \\ 0 & 1 & -27 & 167 & 0 & 72372 & -14316 & -163 & 13854 & 11899 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{31}{5} & 0 & -\frac{15541}{5} & 615 & 7 & -595 & -511 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -8854 & 1755 & 20 & -1695 & -1455 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 444 & -88 & -1 & 85 & 73 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \\ (L_2 \\ (L_3 \\ (L_4 \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 56232 & -11145 & -127 & 10765 & 9241 \\ 0 & 1 & -27 & 0 & 0 & 1550990 & -307401 & -3503 & 296919 & 254884 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -58003 & 11496 & 131 & -11104 & -9532 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -8854 & 1755 & 20 & -1695 & -1455 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 444 & -88 & -1 & 85 & 73 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \\ (L_2 \\ (L_3 \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1771 & 351 & 4 & -339 & -291 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -15091 & 2991 & 34 & -2889 & -2480 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -58003 & 11496 & 131 & -11104 & -9532 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -8854 & 1755 & 20 & -1695 & -1455 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 444 & -88 & -1 & 85 & 73 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L \\ (L \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1771 & 351 & 4 & -339 & -291 \\ -15091 & 2991 & 34 & -2889 & -2480 \\ -58003 & 11496 & 131 & -11104 & -9532 \\ -8854 & 1755 & 20 & -1695 & -1455 \\ 444 & -88 & -1 & 85 & 73 \end{pmatrix}$.

Corrigé 57. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 5

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 7 & 7 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 7L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 7 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -7 & -7 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -7 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 7L_3)\end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -7 & 7 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 58. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -4 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -4 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{2} & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 3L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & 1 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{2}{7}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & \frac{5}{7} & -2 & -\frac{6}{7} & -\frac{4}{7} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -\frac{1}{7} & 0 & -\frac{3}{7} & -\frac{2}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{7} & 1 & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & 1 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 - 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{5}{2}L_4)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & \frac{5}{7} & -2 & -\frac{6}{7} & -\frac{4}{7} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{7} & 1 & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{7} & 1 & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & 1 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 + L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & 0 & -\frac{4}{7} & \frac{2}{7} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{7} & 1 & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{7} & 1 & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & 1 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & 0 & -\frac{4}{7} & \frac{2}{7} \\ -\frac{2}{7} & 1 & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \\ -\frac{1}{7} & 1 & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \end{pmatrix}$.

Corrigé 59. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & -1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -4 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -7 & -4 & -2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -7 & -4 & -2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -4 & \frac{1}{3} & 1 & 1 & \frac{7}{3} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + 7L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{12} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -4 & 0 & \frac{1}{12} & \frac{5}{4} & \frac{1}{4} & \frac{7}{12} \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -\frac{5}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{12} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & \frac{17}{12} & \frac{5}{4} & \frac{1}{4} & \frac{23}{12} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{12} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{12} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 4L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{12} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{12} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{7}{12} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{12} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{12} \end{pmatrix}$.

Corrigé 60. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -4 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \frac{3}{4}L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + \frac{1}{4}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -1 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 61. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -22 & -7 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} -2 & -22 & -7 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -6 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -\frac{1}{2}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 66 & 20 & -2 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 23 & 7 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 6L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 66 & 20 & -2 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 23 & 7 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 66 & 20 & -2 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 23 & 7 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \frac{1}{3}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 20 & -22 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{23}{3} & -\frac{23}{3} & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - 66L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 23L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{23}{3} & -\frac{23}{3} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 20 & -22 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -2 & 20 & -22 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{3}{2} L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 1 & 0 & -3 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{3} L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & \frac{7}{2} & 0 & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{3} & -\frac{23}{6} & \frac{3}{2} & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + \frac{1}{2} L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \frac{1}{3} L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{23}{2} L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 11 & 0 & 0 & -27 & \frac{53}{4} & -\frac{23}{4} & -\frac{69}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{3} & \frac{7}{6} & -\frac{1}{2} & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{3} & -\frac{23}{6} & \frac{3}{2} & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \frac{7}{2} L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{1}{3} L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{5}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{3} & \frac{7}{6} & -\frac{1}{2} & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{3} & -\frac{23}{6} & \frac{3}{2} & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 11 L_2) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & \frac{5}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{7}{3} & \frac{7}{6} & -\frac{1}{2} & -3 \\ \frac{23}{3} & -\frac{23}{6} & \frac{3}{2} & 10 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 62. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & 3 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & 3 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 63. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 6

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & -2 & 0 & 1 & -6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -7 & 1 & 1 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -7 & 1 & 1 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 1 & 2 & -10 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & -1 & 12 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 1 & 2 & -10 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & -1 & 12 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 2 & 8 & 1 & 1 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -1 & 0 & -2 & 0 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + 9L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 6L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 2 & 8 & 1 & 1 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -1 & 0 & -2 & 0 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 2 & 8 & 1 & 1 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -1 & 0 & -2 & 0 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 & 1 & 1 & 1 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 7 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_4 \leftarrow L_4 + 8L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 7L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 & 1 & 1 & 1 & -8 & 0 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftrightarrow L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 8 & 1 & 1 & 1 & -8 & 0 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow -L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & -3 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow L_5 - 2L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 6 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow \tfrac{1}{8}L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{9}{4} & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 6L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{4} & -\frac{23}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow L_1 + L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{13}{4} & -\frac{23}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \quad (L_2 \leftarrow L_2 + L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{4} & -\frac{13}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{7}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{4} & -\frac{13}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -7 & -1 \\ -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 64. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 3 & -4 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} (L_2 \leftarrow L_2 - 4L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 4L_1) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 7 & 3 & -4 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{6}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} & \frac{7}{6} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 7L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{3} & -2 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -2L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{3} & -2 \end{array}\right) \qquad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{1}{2}L_3) \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{3} & -2 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -\frac{4}{3} & -\frac{7}{3} & -2 \end{pmatrix}$.

Corrigé 65. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous ← page 6

pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & -11 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -3 & -3 & -11 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & \frac{11}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -1 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -\tfrac{1}{3}L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & \frac{11}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 7 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -\frac{11}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -7 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \frac{11}{3}L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 7L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{10}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -7 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{10}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ -7 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 66. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 14 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 14 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 6 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -14 & -15 & 14 & 14 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -3 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 14L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 3L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -6 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -14 & -15 & 14 & 14 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -3 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}1&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0\\0&1&-2&-6&1&1&-1&0&0&0\\0&0&-16&-21&15&15&-1&1&0&0\\0&0&-2&-3&2&3&0&0&1&0\\0&0&-4&-14&8&2&-2&0&0&1\end{array}\right)\begin{array}{r}\\ \\(L_3\leftarrow L_3+L_2)\\ \\(L_5\leftarrow L_5+2L_2)\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}1&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0\\0&1&-2&-6&1&1&-1&0&0&0\\0&0&-2&-3&2&3&0&0&1&0\\0&0&-16&-21&15&15&-1&1&0&0\\0&0&-4&-14&8&2&-2&0&0&1\end{array}\right)\begin{array}{r}\\ \\ \\(L_4\leftrightarrow L_3)\\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}1&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0\\0&1&-2&-6&1&1&-1&0&0&0\\0&0&1&\frac{3}{2}&-1&-\frac{3}{2}&0&0&-\frac{1}{2}&0\\0&0&-16&-21&15&15&-1&1&0&0\\0&0&-4&-14&8&2&-2&0&0&1\end{array}\right)\begin{array}{r}\\ \\(L_3\leftarrow -\frac{1}{2}L_3)\\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}1&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0\\0&1&-2&-6&1&1&-1&0&0&0\\0&0&1&\frac{3}{2}&-1&-\frac{3}{2}&0&0&-\frac{1}{2}&0\\0&0&0&3&-1&-9&-1&1&-8&0\\0&0&0&-8&4&-4&-2&0&-2&1\end{array}\right)\begin{array}{r}\\ \\ \\(L_4\leftarrow L_4+16L_3)\\(L_5\leftarrow L_5+4L_3)\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}1&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0\\0&1&-2&-6&1&1&-1&0&0&0\\0&0&1&\frac{3}{2}&-1&-\frac{3}{2}&0&0&-\frac{1}{2}&0\\0&0&0&1&-\frac{1}{3}&-3&-\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&-\frac{8}{3}&0\\0&0&0&-8&4&-4&-2&0&-2&1\end{array}\right)\begin{array}{r}\\ \\ \\(L_4\leftarrow \frac{1}{3}L_4)\\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}1&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0\\0&1&-2&-6&1&1&-1&0&0&0\\0&0&1&\frac{3}{2}&-1&-\frac{3}{2}&0&0&-\frac{1}{2}&0\\0&0&0&1&-\frac{1}{3}&-3&-\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&-\frac{8}{3}&0\\0&0&0&0&\frac{4}{3}&-28&-\frac{14}{3}&\frac{8}{3}&-\frac{70}{3}&1\end{array}\right)\begin{array}{r}\\ \\ \\ \\(L_5\leftarrow L_5+8L_4)\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}1&0&1&1&-1&-1&0&0&0&0\\0&1&-2&-6&1&1&-1&0&0&0\\0&0&1&\frac{3}{2}&-1&-\frac{3}{2}&0&0&-\frac{1}{2}&0\\0&0&0&1&-\frac{1}{3}&-3&-\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&-\frac{8}{3}&0\\0&0&0&0&1&-21&-\frac{7}{2}&2&-\frac{35}{2}&\frac{3}{4}\end{array}\right)\begin{array}{r}\\ \\ \\ \\(L_5\leftarrow \frac{3}{4}L_5)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -22 & -\frac{7}{2} & 2 & -\frac{35}{2} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & -2 & -6 & 0 & 22 & \frac{5}{2} & -2 & \frac{35}{2} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 0 & -\frac{45}{2} & -\frac{7}{2} & 2 & -18 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -10 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{17}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -21 & -\frac{7}{2} & 2 & -\frac{35}{2} & \frac{3}{4} \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 + L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \frac{1}{3}L_5) \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -12 & -2 & 1 & -9 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & -38 & -\frac{13}{2} & 4 & -\frac{67}{2} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{15}{2} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{21}{4} & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -10 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{17}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -21 & -\frac{7}{2} & 2 & -\frac{35}{2} & \frac{3}{4} \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 6L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{3}{2}L_4) \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{15}{4} & \frac{1}{8} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -53 & -9 & 5 & -44 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{15}{2} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{21}{4} & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -10 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{17}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -21 & -\frac{7}{2} & 2 & -\frac{35}{2} & \frac{3}{4} \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \\ \\ \\ \end{matrix}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{9}{2} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{15}{4} & \frac{1}{8} \\ -53 & -9 & 5 & -44 & \frac{3}{2} \\ -\frac{15}{2} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{21}{4} & \frac{3}{8} \\ -10 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{17}{2} & \frac{1}{4} \\ -21 & -\frac{7}{2} & 2 & -\frac{35}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 67. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & -1 & -2 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} (L_1 \leftarrow -L_1) \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & -19 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 8 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 8 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & -19 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} \\ \\ (L_3 \leftrightarrow L_2) \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & -19 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{matrix} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -43 & 5 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 7 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 7 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -11 & -43 & 5 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -11 & -43 & 5 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow \frac{1}{2}L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{5}{2} & \frac{11}{2} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 11L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 9 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -8 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{11}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{2}{9}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 2 & 0 & -2 & 2 & 5 & 11 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & \frac{17}{9} & -\frac{16}{9} & -\frac{49}{9} & -\frac{88}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{8}{9} & \frac{7}{9} & \frac{22}{9} & \frac{43}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{11}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 9L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 8L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{7}{2}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{13}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{8}{9} & \frac{7}{9} & \frac{22}{9} & \frac{43}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{11}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{8}{9} & \frac{7}{9} & \frac{22}{9} & \frac{43}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{11}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{8}{9} & \frac{7}{9} & \frac{22}{9} & \frac{43}{9} \\ \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{9} & -\frac{11}{9} \end{pmatrix}$.

Corrigé 68. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 6

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{5} L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{6}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ -1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 69. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 6

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 7 & -7 & -6 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -2 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1 \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -2 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 7 & -7 & -6 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftrightarrow L_2 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 2 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 7 & -7 & -6 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -L_2 \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 2 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 1 & 2 & 0 & 1 & -2 & 0 & -4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 4L_2 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 2 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -35 & -1 & -4 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 73 & 2 & 9 & 1 & -2 & 0 & -4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_3 \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 9L_3 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 2 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{35} & \frac{4}{35} & 0 & -\frac{1}{35} & -\frac{1}{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 73 & 2 & 9 & 1 & -2 & 0 & -4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{35}L_4 \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 2 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{35} & \frac{4}{35} & 0 & -\frac{1}{35} & -\frac{1}{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{35} & \frac{23}{35} & 1 & \frac{3}{35} & \frac{73}{35} & -4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 73L_4 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 2 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{35} & \frac{4}{35} & 0 & -\frac{1}{35} & -\frac{1}{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{3} & -\frac{35}{3} & -1 & -\frac{73}{3} & \frac{140}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow -\frac{35}{3}L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & -3 & 0 & -\frac{46}{3} & -\frac{70}{3} & -1 & -\frac{146}{3} & \frac{280}{3} \\ 0 & 1 & -4 & 2 & 0 & \frac{46}{3} & \frac{70}{3} & 1 & \frac{146}{3} & -\frac{283}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{3} & -\frac{35}{3} & -1 & -\frac{73}{3} & \frac{140}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_5) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \frac{1}{35}L_5) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 4 & 0 & 0 & -\frac{43}{3} & -\frac{67}{3} & -1 & -\frac{140}{3} & \frac{268}{3} \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & \frac{44}{3} & \frac{68}{3} & 1 & \frac{142}{3} & -\frac{275}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{8}{3} & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{32}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{3} & -\frac{35}{3} & -1 & -\frac{73}{3} & \frac{140}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 3L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 8L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{23}{3} & -\frac{35}{3} & -1 & -\frac{76}{3} & \frac{140}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 8 & 12 & 1 & 26 & -49 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{8}{3} & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{32}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{3} & -\frac{35}{3} & -1 & -\frac{73}{3} & \frac{140}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 4L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{7}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 8 & 12 & 1 & 26 & -49 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{8}{3} & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{32}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{3} & -\frac{35}{3} & -1 & -\frac{73}{3} & \frac{140}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_2) \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l’inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{7}{3} \\ 8 & 12 & 1 & 26 & -49 \\ -\frac{5}{3} & -\frac{8}{3} & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{32}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ -\frac{23}{3} & -\frac{35}{3} & -1 & -\frac{73}{3} & \frac{140}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 70. Souvenons-nous que lorsqu’on calcule l’inverse d’une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d’algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & -4 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & -4 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & -2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 3L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & -2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{7}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & -1 & 0 & \frac{5}{7} & \frac{3}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{2}{7} & -\frac{4}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 7L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -\frac{9}{7} & \frac{24}{7} & -1 & \frac{8}{7} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{12}{7} & -\frac{25}{7} & 1 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{2}{7} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{12}{7} & -\frac{25}{7} & 1 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{2}{7} \\ \frac{12}{7} & -\frac{25}{7} & 1 & -\frac{6}{7} \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$.

Corrigé 71. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 7

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow -L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -4 & -13 & -1 & 1 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 6L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_2) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -4 & -13 & -1 & 1 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -4 & -13 & -1 & 1 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -6 & \frac{5}{2} & 1 & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 7L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 3L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 12 & -5 & -2 & -5 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -3 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow -2L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 12 & -5 & -2 & -5 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9 & 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow L_5 - \tfrac{1}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 12 & -5 & -2 & -5 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow -\tfrac{1}{9}L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & \frac{11}{9} & \frac{1}{9} & \frac{4}{9} & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & \frac{4}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & \frac{4}{9} & \frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{13}{18} & -\frac{1}{9} & \frac{1}{18} & -\frac{13}{18} & -\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{13}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 12L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & \frac{11}{9} & \frac{1}{9} & \frac{4}{9} & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \frac{25}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{43}{9} & -\frac{10}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{26}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{13}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{1}{2}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{23}{9} & -\frac{7}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{50}{9} & \frac{11}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{17}{9} & -\frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{26}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{13}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{17}{9} & -\frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{17}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{26}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{13}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{8}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{17}{9} & -\frac{5}{9} \\ -\frac{17}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{26}{9} & \frac{5}{9} \\ -\frac{7}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{13}{3} & \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$.

Corrigé 72. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -6 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & -1 & 5 & 1 & 3 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{12}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -2 & 0 & \frac{11}{12} & \frac{17}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{12} & -\frac{13}{12} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{12} & -\frac{13}{12} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{7}{12} & -\frac{13}{12} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{12} & -\frac{5}{12} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 73. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 82 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 82 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 82 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 82 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 82 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & 1 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & -81 & 83 & 0 & 1 & 82 & 82 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 82L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{1}{3} & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -81 & 83 & 0 & 1 & 82 & 82 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{1}{3} & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 27 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + 81L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{1}{3} & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{27}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{27}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{83}{6} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{27}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & \frac{83}{3} & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{83}{6} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{27}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 28 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{83}{6} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{27}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 28 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{83}{6} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{27}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 74. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -2 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & -2 & -7 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -4 & 4 \\ -4 & -2 & -7 & 8 \\ -1 & -1 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 75. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -2 & -5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \frac{1}{4}L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{8} & \frac{1}{8} & -\frac{7}{8} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - \tfrac{1}{2}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{8} & \frac{1}{8} & -\frac{7}{8} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 76. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 7

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$
\begin{aligned}
\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) && (L_1 \leftarrow -L_1) \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) && (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) && (L_3 \leftarrow L_3 + L_2) \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) && (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{2} L_3) \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) && (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) && (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_2)
\end{aligned}
$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 77. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$
\begin{aligned}
\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) && \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 6L_1) \end{array} \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) && (L_2 \leftarrow -L_2) \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{array}\right) && (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{7} L_3) \\
&\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{7} & -1 & -\frac{2}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{array}\right) && \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \end{array}
\end{aligned}
$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ -\frac{9}{7} & -1 & -\frac{2}{7} \\ \frac{6}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$.

Corrigé 78. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -2 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 4 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & 2 & 4 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow -3L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & -6 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -1 & 9 & -5 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & 2 & 4 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{2}{3}L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & 2 & 4 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & 2 & 4 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_2) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Corrigé 79. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -2 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftrightarrow L_1) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow -\frac{1}{2}L_1) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 3L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + \frac{3}{2}L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow -L_5)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{15}{2} & \frac{15}{2} & 6 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 & -3 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + \frac{1}{2}L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 6L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 4 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{23}{2} & \frac{21}{2} & 9 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 & -3 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \frac{1}{2}L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{17}{4} & -\frac{19}{4} & -\frac{7}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{2} & -\frac{13}{2} & -5 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{23}{2} & \frac{21}{2} & 9 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 & -3 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \frac{1}{2}L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{2} & -\frac{13}{2} & -5 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{23}{2} & \frac{21}{2} & 9 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 & -3 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - \frac{1}{2}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{11}{2} & -\frac{13}{2} & -5 & 0 & -1 \\ \frac{23}{2} & \frac{21}{2} & 9 & 1 & 1 \\ -4 & -3 & -3 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 80. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 10 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -10 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -10 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 19 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 37 & 6 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 4L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -10 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{19} & \frac{2}{19} & \frac{1}{19} & 0 \\ 0 & 37 & 6 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{19}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -10 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{19} & \frac{2}{19} & \frac{1}{19} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{19} & \frac{2}{19} & -\frac{37}{19} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 37L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -10 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{19} & \frac{2}{19} & \frac{1}{19} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{37}{3} & \frac{19}{3} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{19}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -10 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{37}{3} & \frac{19}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{37}{3} & \frac{19}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{3}{19}L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{23}{3} & -\frac{11}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{37}{3} & \frac{19}{3} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 10L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{23}{3} & -\frac{11}{3} \\ 0 & 2 & -1 \\ \frac{2}{3} & -\frac{37}{3} & \frac{19}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 81. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 7

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - L_3)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 82. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 4 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 11 & -7 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1)\end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 11 & -7 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 11 & -7 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 4 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{11}{2} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 11L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{8} & \frac{11}{8} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{4}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{7}{8} & -\frac{33}{8} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{8} & \frac{7}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{8} & \frac{11}{8} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{8} & \frac{7}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{8} & \frac{11}{8} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 4L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & -\frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{8} & \frac{7}{8} \\ \frac{1}{4} & -\frac{5}{8} & \frac{11}{8} \end{pmatrix}$.

Corrigé 83. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -12 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -12 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 4L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 12L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{4}{3} & \frac{16}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{4}{3} & \frac{16}{3} \\ 1 & 1 & -4 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 84. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 8

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 3 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 3 & 2 & -2 & 5 & -3 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_2) \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 3L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 4 & 2 & 0 & -3 & 0 & 1
\end{array}\right)
\quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 3L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & 1
\end{array}\right)
\quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & -1 & 0 & -5 & 2 & 2 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 7 & -3 & -3 & 2 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 10 & -4 & -5 & 4 & 3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & 1
\end{array}\right)
\quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 5 & -2 & -3 & 3 & 2 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & 2 & -2 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 10 & -4 & -5 & 4 & 3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & 1
\end{array}\right)
\quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 4 & -1 & -2 & 2 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & 2 & -2 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 10 & -4 & -5 & 4 & 3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & 1
\end{array}\right)
\quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & -2 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 10 & -4 & -5 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 & -1 \\ 10 & -4 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 85. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 0 & -1 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 5 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & -2 & -5 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 5 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & -2 & -5 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 8 & 7 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 3L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & -2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & -2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 8 & 4 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 13 & 4 & -5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 8 & 3 & -6 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_2) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & -2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{8}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 13 & 4 & -5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 8 & 3 & -6 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{9}L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & -2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{8}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{9} & -\frac{28}{9} & \frac{19}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{16}{9} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 16L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 - 9L_3) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & -2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{8}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{28}{11} & -\frac{19}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{16}{11} & -\frac{9}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{9}{11}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & -2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{8}{9} & \frac{4}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{28}{11} & -\frac{19}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{16}{11} & -\frac{9}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow -L_5) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & -3 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -8 & -7 & 0 & 7 & -1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{8}{9} & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{1}{9} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{4}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{75}{11} & -\frac{2}{11} & -\frac{12}{11} & -\frac{9}{11} & \frac{28}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{4}{9}L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \frac{28}{11}L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{117}{11} & \frac{4}{11} & \frac{13}{11} & \frac{18}{11} & -\frac{45}{11} \\ 0 & 1 & -8 & 0 & 0 & -\frac{448}{11} & -\frac{25}{11} & -\frac{62}{11} & -\frac{63}{11} & \frac{174}{11} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{52}{11} & \frac{3}{11} & \frac{7}{11} & \frac{8}{11} & -\frac{20}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{75}{11} & -\frac{2}{11} & -\frac{12}{11} & -\frac{9}{11} & \frac{28}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 7L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{8}{9}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{65}{11} & \frac{1}{11} & \frac{6}{11} & \frac{10}{11} & -\frac{25}{11} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{32}{11} & -\frac{1}{11} & -\frac{6}{11} & \frac{1}{11} & \frac{14}{11} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{52}{11} & \frac{3}{11} & \frac{7}{11} & \frac{8}{11} & -\frac{20}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{75}{11} & -\frac{2}{11} & -\frac{12}{11} & -\frac{9}{11} & \frac{28}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 8L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{65}{11} & \frac{1}{11} & \frac{6}{11} & \frac{10}{11} & -\frac{25}{11} \\ -\frac{32}{11} & -\frac{1}{11} & -\frac{6}{11} & \frac{1}{11} & \frac{14}{11} \\ \frac{52}{11} & \frac{3}{11} & \frac{7}{11} & \frac{8}{11} & -\frac{20}{11} \\ -\frac{75}{11} & -\frac{2}{11} & -\frac{12}{11} & -\frac{9}{11} & \frac{28}{11} \\ 2 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 86. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 8

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 20 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 20 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 21 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 21 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21 & -2 & 6 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 21 & -2 & 6 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -15 & 23 & -20 & 1 & -21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & -2 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_4 \leftarrow L_4 - 21L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 2L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{15}{2} & -\frac{23}{2} & 10 & -\frac{1}{2} & \frac{21}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & -2 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_4)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{15}{2} & -\frac{23}{2} & 10 & -\frac{1}{2} & \frac{21}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad (L_5 \leftarrow \tfrac{1}{5}L_5)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{5} & \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{3}{5} & 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{17}{2} & 7 & -\frac{1}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_5) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_5) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_5) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \frac{15}{2}L_5) \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{81}{10} & \frac{38}{5} & -\frac{1}{2} & \frac{71}{10} & -\frac{17}{10} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{71}{10} & -\frac{33}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{71}{10} & \frac{17}{10} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{3}{5} & 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{17}{2} & 7 & -\frac{1}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{15}{2} & 7 & -\frac{1}{2} & \frac{13}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{71}{10} & -\frac{33}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{71}{10} & \frac{17}{10} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{3}{5} & 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{17}{2} & 7 & -\frac{1}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{15}{2} & 7 & -\frac{1}{2} & \frac{13}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{71}{10} & -\frac{33}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{71}{10} & \frac{17}{10} \\ -\frac{3}{5} & \frac{3}{5} & 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{17}{2} & 7 & -\frac{1}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 87. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 5L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_1) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & -2 & 1 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4 & 0 & 16 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 4L_2) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4 & 0 & 16 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & -2 & 1 & -6 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4 & 0 & 16 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -14 & 1 & -54 & -3 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 3L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4 & 0 & 16 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{14}{3} & -\frac{1}{3} & 18 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{3}L_4)$$

$$\sim\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{14}{3} & -\frac{1}{3} & 18 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - L_4)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -2 & 0 \\ \frac{14}{3} & -\frac{1}{3} & 18 & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 88. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 0 & 2 & 1 & -28 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 8 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 1 & -16 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 8 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 1 & -16 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -5 & 28 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & -1 & 40 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 2 & -28 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \\ (L_5 \leftarrow L_5 + \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & -1 & 40 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -5 & 28 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 2 & -28 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -5 & 28 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 2 & -28 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21 & -2 & -92 & 5 & 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & -1 & 92 & -5 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & -1 & 92 & -5 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 21 & -2 & -92 & 5 & 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{23}{3} & \frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 21 & -2 & -92 & 5 & 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow -$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{23}{3} & \frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{15}{4} & 69 & -\frac{15}{4} & 1 & \frac{9}{4} & \frac{7}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{23}{3} & \frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 37 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{15}{4} & 69 & -\frac{15}{4} & 1 & \frac{9}{4} & \frac{7}{4} & 0 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{23}{3} & \frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{37}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{15}{4} & 69 & -\frac{15}{4} & 1 & \frac{9}{4} & \frac{7}{4} & 0 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow -$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{23}{3} & \frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{37}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & -\frac{15}{8} & 1 & \frac{9}{4} & \frac{7}{4} & -\frac{15}{8} \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow L_5 +$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 28 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & -40 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{23}{3} & \frac{5}{12} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{37}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{14}{3} & 5 \end{array}\right) \quad (L_5 \leftarrow -$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & -141 & \frac{224}{3} & 168 & \frac{392}{3} & -140 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 0 & 202 & -\frac{320}{3} & -241 & -\frac{560}{3} & 200 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{12} & 0 & \frac{155}{4} & -\frac{184}{9} & -\frac{185}{4} & -\frac{1291}{36} & \frac{115}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 93 & -\frac{148}{3} & -111 & -\frac{259}{3} & 92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{14}{3} & 5 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -48 & \frac{76}{3} & 57 & \frac{133}{3} & -48 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 0 & 109 & -\frac{172}{3} & -130 & -\frac{301}{3} & 108 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 31 & -\frac{49}{3} & -37 & -\frac{86}{3} & \frac{92}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 93 & -\frac{148}{3} & -111 & -\frac{259}{3} & 92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{14}{3} & 5 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & -\frac{22}{3} & -17 & -13 & \frac{40}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -46 & \frac{73}{3} & 55 & 43 & -\frac{136}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 31 & -\frac{49}{3} & -37 & -\frac{86}{3} & \frac{92}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 93 & -\frac{148}{3} & -111 & -\frac{259}{3} & 92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{14}{3} & 5 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 14 & -\frac{22}{3} & -17 & -13 & \frac{40}{3} \\ -46 & \frac{73}{3} & 55 & 43 & -\frac{136}{3} \\ 31 & -\frac{49}{3} & -37 & -\frac{86}{3} & \frac{92}{3} \\ 93 & -\frac{148}{3} & -111 & -\frac{259}{3} & 92 \\ 5 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{14}{3} & 5 \end{pmatrix}$.

Corrigé 89. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -26 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -10 & -4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & -10 & -4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 8 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -26 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 8 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -26 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -78 & -32 & -6 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 19 & 8 & 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 259 & 103 & 27 & 1 & 0 & 0 & -26 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_2 \leftarrow L_2 - 8L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 26L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 19 & 8 & 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -78 & -32 & -6 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 259 & 103 & 27 & 1 & 0 & 0 & -26 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{8}{19} & \frac{1}{19} & 0 & 0 & \frac{1}{19} & -\frac{2}{19} \\ 0 & -78 & -32 & -6 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 259 & 103 & 27 & 1 & 0 & 0 & -26 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{19}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{8}{19} & \frac{1}{19} & 0 & 0 & \frac{1}{19} & -\frac{2}{19} \\ 0 & 0 & \frac{16}{19} & -\frac{36}{19} & 0 & 1 & \frac{78}{19} & -\frac{4}{19} \\ 0 & 0 & -\frac{115}{19} & \frac{254}{19} & 1 & 0 & -\frac{259}{19} & \frac{24}{19} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_3 \leftarrow L_3 + 78L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 259L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{8}{19} & \frac{1}{19} & 0 & 0 & \frac{1}{19} & -\frac{2}{19} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{4} & 0 & \frac{19}{16} & \frac{39}{8} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{115}{19} & \frac{254}{19} & 1 & 0 & -\frac{259}{19} & \frac{24}{19} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{19}{16}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{8}{19} & \frac{1}{19} & 0 & 0 & \frac{1}{19} & -\frac{2}{19} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{4} & 0 & \frac{19}{16} & \frac{39}{8} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 1 & \frac{115}{16} & \frac{127}{8} & -\frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + \tfrac{115}{19} L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{8}{19} & \frac{1}{19} & 0 & 0 & \frac{1}{19} & -\frac{2}{19} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{4} & 0 & \frac{19}{16} & \frac{39}{8} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & -\frac{115}{4} & -\frac{127}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -4L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 4 & 0 & 4 & \frac{115}{4} & \frac{127}{2} & -2 \\ 0 & 1 & \frac{8}{19} & 0 & \frac{4}{19} & \frac{115}{76} & \frac{129}{38} & -\frac{3}{19} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -9 & -\frac{127}{2} & -138 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & -\frac{115}{4} & -\frac{127}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{1}{19} L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{9}{4} L_4) \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 10 & 0 & 0 & 40 & \frac{1131}{4} & \frac{1231}{2} & -10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 & \frac{113}{4} & \frac{123}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -9 & -\frac{127}{2} & -138 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & -\frac{115}{4} & -\frac{127}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 4L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{8}{19} L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 & \frac{113}{4} & \frac{123}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -9 & -\frac{127}{2} & -138 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & -\frac{115}{4} & -\frac{127}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 10L_2) \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & \frac{113}{4} & \frac{123}{2} & -1 \\ -9 & -\frac{127}{2} & -138 & 2 \\ -4 & -\frac{115}{4} & -\frac{127}{2} & 1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 90. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} -2 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -3 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow -\frac{1}{2} L_1) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 4 & -\frac{5}{2} & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -5 & \frac{7}{2} & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1) \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 5L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & \frac{5}{2} & 0 & -1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -5 & \frac{7}{2} & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & \frac{5}{2} & 0 & -1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -9 & 5 & 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 15 & -9 & 1 & 5 & 0 & -5 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 - 5L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & \frac{5}{2} & 0 & -1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{9} & 0 & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 15 & -9 & 1 & 5 & 0 & -5 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{9}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & \frac{5}{2} & 0 & -1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{9} & 0 & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & 1 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 15L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & \frac{5}{2} & 0 & -1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{9} & 0 & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 0 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{3}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} & -\frac{5}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -4 & 0 & \frac{15}{4} & \frac{21}{4} & \frac{25}{4} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{7}{6} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + \frac{1}{2}L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \frac{5}{2}L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + \frac{5}{9}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{12} & -\frac{1}{12} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{12} & \frac{7}{12} & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{7}{6} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 4L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{12} & \frac{7}{12} & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{7}{6} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{5}{12} & \frac{7}{12} & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} \\ -\frac{5}{6} & -\frac{7}{6} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 91. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 8

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & -2 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 4L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{4}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 3L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 3L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 92. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 8

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 8 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 8 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 12 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 12 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & -11 & 2 & 12 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 12L_2) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -12 & -11 & 2 & 12 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftrightarrow L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -12 & -11 & 2 & 12 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow \frac{1}{2}L_3) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -5 & -4 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 12L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{6}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow -\frac{1}{5}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & -2 & 0 & -\frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{6}{5} \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -\frac{4}{5} & -1 & \frac{1}{5} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{10} & -1 & \frac{1}{10} & \frac{11}{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{6}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{1}{2}L_4) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -4 & 0 & 0 & -2 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{10} & -1 & \frac{1}{10} & \frac{11}{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{6}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3) \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{10} & -1 & \frac{1}{10} & \frac{11}{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{6}{5} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} (L_1 \leftarrow L_1 + 4L_2) \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{9}{10} & -1 & \frac{1}{10} & \frac{11}{10} \\ \frac{4}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix}$.

Corrigé 93. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : ← page 9

on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 28 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -28 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -28 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 29 & -3 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -28 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 29 & -3 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -28 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 29 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 29L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -28 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{29}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{3}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -28 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{58}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{29}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 2L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{26}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{29}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + 28L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{26}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{29}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 94. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 9

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -15 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -15 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -13 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 15 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -15 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 15 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -15 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{9}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -15 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{2}{9}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & -\frac{2}{3} & -5 & -\frac{10}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{3} & -\frac{13}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 + 15L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \frac{13}{2}L_3)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{3} & -\frac{13}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{2}{9} & -\frac{5}{3} & -\frac{13}{9} \\ -\frac{1}{9} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \end{pmatrix}$.

Corrigé 95. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 9

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 2 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -6 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -7 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -7 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -7 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -2 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -2 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 & -6 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + 6L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{2}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} & -3 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -1 & -9 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 - L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_4)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -4 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{19}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l}(L_1 \leftarrow L_1 + L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \frac{1}{2}L_3)\end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{11}{2} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{19}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{11}{2} & 0 & -1 \\ -1 & -\frac{19}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 3 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Corrigé 96. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 9

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & 0 & 0 & -4 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 - 4L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & 0 & 0 & -4 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & 0 & 0 & -4 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow \tfrac{1}{2}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 3 & -4 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow L_4 + 3L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad (L_4 \leftarrow -\tfrac{1}{3}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + L_4) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + \tfrac{1}{2}L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 2L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{1}{2}L_3) \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & -1 & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Corrigé 97. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 9

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -23 & 2 & -15 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -23 & 2 & -15 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 8 & 1 & 0 & 23 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + 5L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + 23L_1) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2 & 13 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{13}{4} \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -\tfrac{1}{4}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{17}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & -2 & \frac{49}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{13}{4} \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - 6L_3) \end{array}$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{17}{4} \\ \frac{3}{2} & -2 & \frac{49}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{13}{4} \end{pmatrix}$.

Corrigé 98. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 9

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & -3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -8 & -6 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & 0 & -\frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -\tfrac{1}{8}L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & 0 & -\frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 - 3L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 - \tfrac{3}{4}L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{9}{4} & \frac{1}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 - L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{9}{4} & \frac{1}{8} & -\frac{5}{8} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{8} & -\frac{3}{8} \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Corrigé 99. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 9

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftrightarrow L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow \tfrac{1}{3}L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftarrow -L_3)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + \frac{1}{3}L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow L_1 + \tfrac{2}{3}L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Corrigé 100. Souvenons-nous que lorsqu'on calcule l'inverse d'une matrice avec la méthode du pivot de Gauß, nous pouvons agir sur les lignes ou les colonnes au choix, *mais il faut nous en tenir au choix fait en début d'algorithme* : on ne passe pas des lignes aux colonnes alternativement. Votre serviteur opère sur les lignes. Ceci étant dit : ← page 9

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 12 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 12 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_1 \leftarrow -L_1)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 6 & -1 & 3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \\ (L_3 \leftarrow L_3 + L_1) \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 2L_1) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 3L_1) \end{array}$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 6 & -1 & 3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_3 \leftrightarrow L_2)$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 6 & -1 & 3 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \qquad (L_2 \leftarrow -L_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -7 & 3 & 3 & 0 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ (L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2) \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 6L_2) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -7 & 3 & 3 & 0 & -6 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_3 \leftarrow \tfrac{1}{5}L_3)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{5} & -1 & -\frac{16}{5} & \frac{6}{5} & \frac{12}{5} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{29}{5} & 3 & \frac{9}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{18}{5} & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + 6L_3) \\ (L_5 \leftarrow L_5 + 6L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{11} & -\frac{16}{11} & \frac{6}{11} & \frac{12}{11} & \frac{5}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{29}{5} & 3 & \frac{9}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{18}{5} & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (L_4 \leftarrow \tfrac{5}{11}L_4)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{11} & -\frac{16}{11} & \frac{6}{11} & \frac{12}{11} & \frac{5}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{11} & -\frac{73}{11} & \frac{48}{11} & \frac{30}{11} & \frac{29}{11} & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow L_5 + \tfrac{29}{5}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{11} & -\frac{16}{11} & \frac{6}{11} & \frac{12}{11} & \frac{5}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{73}{4} & 12 & \frac{15}{2} & \frac{29}{4} & \frac{11}{4} \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ (L_5 \leftarrow \tfrac{11}{4}L_5) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{39}{4} & 6 & \frac{9}{2} & \frac{15}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{73}{4} & 12 & \frac{15}{2} & \frac{29}{4} & \frac{11}{4} \end{array}\right) \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ (L_4 \leftarrow L_4 + \tfrac{5}{11}L_5) \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & -\frac{35}{4} & 6 & \frac{7}{2} & \frac{15}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{7}{4} & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{39}{4} & 6 & \frac{9}{2} & \frac{15}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{73}{4} & 12 & \frac{15}{2} & \frac{29}{4} & \frac{11}{4} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_2 \leftarrow L_2 + L_4) \\ (L_3 \leftarrow L_3 - \frac{1}{5}L_4) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} & -2 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{21}{4} & 4 & \frac{5}{2} & \frac{9}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{7}{4} & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{39}{4} & 6 & \frac{9}{2} & \frac{15}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{73}{4} & 12 & \frac{15}{2} & \frac{29}{4} & \frac{11}{4} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} (L_1 \leftarrow L_1 + 2L_3) \\ (L_2 \leftarrow L_2 + 2L_3) \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{4} & 2 & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{21}{4} & 4 & \frac{5}{2} & \frac{9}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{7}{4} & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{39}{4} & 6 & \frac{9}{2} & \frac{15}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{73}{4} & 12 & \frac{15}{2} & \frac{29}{4} & \frac{11}{4} \end{array}\right) \quad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$$

On en déduit l'inversibilité de A, et par ailleurs : $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{11}{4} & 2 & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{21}{4} & 4 & \frac{5}{2} & \frac{9}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{7}{4} & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{39}{4} & 6 & \frac{9}{2} & \frac{15}{4} & \frac{5}{4} \\ -\frac{73}{4} & 12 & \frac{15}{2} & \frac{29}{4} & \frac{11}{4} \end{pmatrix}$.