Polynômes interpolateurs

💡 Calcul explicite de polynômes interpolateurs grâce aux polynômes interpolateurs de Lagrange.

Exercice 1. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 11

$$P(-13) = -1, \quad P(-12) = -2, \quad P(-1) = -4, \quad P(1) = 7, \quad P(12) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 2. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 11

$$P(-1) = 1, \quad P(0) = -7, \quad P(1) = 4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 3. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 11

$$P(-5) = -4, \quad P(-2) = -3, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = 1, \quad P(2) = -3.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 4. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 12

$$P(-2) = 6, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 0, \quad P(13) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 5. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 12

$$P(-1) = 1, \quad P(1) = -2, \quad P(41) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 6. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 12

$$P(0) = -2, \quad P(1) = -1, \quad P(134) = -4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 7. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 13

$$P(-10) = -2, \quad P(-6) = 6, \quad P(-1) = -13, \quad P(0) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 8. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 13

$$P(-10) = 1, \quad P(-3) = -4, \quad P(0) = -4, \quad P(2) = 3.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 9. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 14

$$P(-3) = 0, \quad P(-1) = -13, \quad P(0) = 2, \quad P(1) = 6, \quad P(3) = -3.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 10. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 14

$$P(-3) = 27, \quad P(-1) = 2, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 11. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 14

$$P(-3) = 0, \quad P(1) = 4, \quad P(16) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 12. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 15

$$P(-3) = 1, \quad P(-1) = 3, \quad P(2) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 13. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 15

$$P(-1) = 33, \quad P(0) = 2, \quad P(2) = 33, \quad P(11) = 3.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 14. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 15

$$P(-2) = 4, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 2, \quad P(1) = -1, \quad P(2) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 15. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 16

$$P(-1) = -1, \quad P(0) = 0, \quad P(9) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 16. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 16

$$P(-23) = 0, \quad P(-4) = 1, \quad P(2) = 1, \quad P(5) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 17. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 17

$$P(-8) = -1, \quad P(-2) = 2, \quad P(1) = -1, \quad P(3) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 18. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 17

$$P(0) = 2, \quad P(1) = -2, \quad P(2) = 3, \quad P(3) = 3.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 19. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 17

$$P(-10) = -2, \quad P(-6) = -2, \quad P(-1) = 26, \quad P(1) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 20. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 18

$$P(-5) = 0, \quad P(-4) = 0, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = 0, \quad P(7) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 21. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 18

$$P(-1) = 1, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = -4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 22. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 19

$$P(-1) = 0, \quad P(0) = -1, \quad P(1) = -2, \quad P(5) = 2, \quad P(25) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 23. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 19

$$P(-1) = -1, \quad P(2) = -1, \quad P(3) = 0, \quad P(8) = 2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 24. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 20

$$P(-67) = 1, \quad P(0) = 0, \quad P(3) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 25. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 20

$$P(-3) = 0, \quad P(-2) = -1, \quad P(0) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 26. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 20

$$P(-5) = -5, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 1, \quad P(3) = 0, \quad P(5) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 27. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 21

$$P(-1) = 0, \quad P(1) = -2, \quad P(2) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 28. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 21

$$P(-10) = 1, \quad P(-1) = 0, \quad P(0) = 1, \quad P(5) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 29. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 22

$$P(-2) = 0, \quad P(-1) = -3, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = -13, \quad P(3) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 30. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 22

$$P(2) = -8, \quad P(5) = 4, \quad P(9) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 31. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 22

$$P(-1) = 1, \quad P(0) = 4, \quad P(1) = -1, \quad P(4) = -2, \quad P(7) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 32. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 23

$$P(-5) = -1, \quad P(-3) = 0, \quad P(-1) = 2, \quad P(0) = -1, \quad P(1) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 33. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 23

$$P(-2) = 0, \quad P(-1) = -153, \quad P(2) = -12, \quad P(6) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 34. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 24

$$P(-2) = -24, \quad P(0) = -6, \quad P(7) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 35. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 24

$$P(0) = 3, \quad P(1) = -1, \quad P(4) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 36. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 25

$$P(-1) = 4, \quad P(0) = -2, \quad P(1) = 1, \quad P(4) = 4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 37. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 25

$$P(-4) = 2, \quad P(-2) = 0, \quad P(0) = -1, \quad P(1) = 5, \quad P(4) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 38. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 25

$$P(-3) = -1, \quad P(0) = 1, \quad P(2) = 0, \quad P(8) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 39. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 26

$$P(-12) = -5, \quad P(-3) = 0, \quad P(-2) = 1, \quad P(0) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 40. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 26

$$P(-1) = 1, \quad P(0) = -9, \quad P(1) = 4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 41. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 27

$$P(-3) = 0, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = -1, \quad P(4) = -1, \quad P(63) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 42. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 27

$$P(0) = 0, \quad P(1) = 2, \quad P(15) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 43. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 28

$$P(-258) = 0, \quad P(-3) = 1, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = -4, \quad P(2) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 44. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 28

$$P(0) = 5, \quad P(1) = 6, \quad P(2) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 45. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 28

$$P(0) = 1, \quad P(1) = 0, \quad P(2) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 46. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 29

$$P(-1) = 1, \quad P(1) = 1, \quad P(2) = -1, \quad P(3) = -9.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 47. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 29

$$P(-1) = 1, \quad P(2) = 4148, \quad P(3) = -10.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 48. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 29

$$P(-7) = 2, \quad P(-1) = -2, \quad P(0) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 49. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 30

$$P(-4) = 1, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 1, \quad P(3) = 5, \quad P(13) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 50. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 30

$$P(-11) = 0, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 51. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 31

$$P(-78) = 0, \quad P(-4) = -1, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 3.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 52. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 31

$$P(-3) = -1, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 0, \quad P(2) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 53. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 31

$$P(-3) = -2, \quad P(-1) = -75, \quad P(0) = -2, \quad P(3) = 1, \quad P(11) = 19.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 54. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 32

$$P(-5) = -3, \quad P(-2) = 2, \quad P(68) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 55. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 32

$$P(-2) = -2, \quad P(-1) = 0, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 1, \quad P(8) = 2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 56. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 33

$$P(-1) = 1, \quad P(0) = 2, \quad P(1) = 9, \quad P(3) = 0, \quad P(10) = 2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 57. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 33

$$P(-2) = 2, \quad P(0) = -4, \quad P(1) = -10.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 58. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 33

$$P(-3) = -2, \quad P(-2) = -2, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 59. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 34

$$P(-1) = 2, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = -1, \quad P(7) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 60. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 34

$$P(-30) = 1, \quad P(-2) = 0, \quad P(1) = 3.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 61. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 35

$$P(-1) = 1, \quad P(1) = 1, \quad P(10) = -294.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 62. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 35

$$P(-4) = -1, \quad P(0) = -1, \quad P(1) = -24.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 63. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 35

$$P(-2) = 2, \quad P(-1) = -2, \quad P(0) = -108, \quad P(1) = -1, \quad P(2) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 64. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 36

$$P(-19) = -1, \quad P(-3) = 1, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 65. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 36

$$P(0) = -1, \quad P(1) = 0, \quad P(4) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 66. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 37

$$P(1) = 3, \quad P(2) = 0, \quad P(4) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 67. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 37

$$P(-3) = 6, \quad P(-1) = 0, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 68. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 37

$$P(-1) = -2, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 69. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 38

$$P(-5) = 2, \quad P(-3) = 1, \quad P(-1) = 3, \quad P(0) = 2, \quad P(2) = 4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 70. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 38

$$P(-4) = 1, \quad P(0) = -21, \quad P(1) = -1, \quad P(3) = -4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 71. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 38

$$P(-3) = 0, \quad P(-1) = -6, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 72. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 39

$$P(-2) = -3, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = 2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 73. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 39

$$P(-2) = 2, \quad P(-1) = 0, \quad P(0) = 3, \quad P(1) = -1, \quad P(5) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 74. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 40

$$P(3) = 5, \quad P(4) = 3, \quad P(18) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 75. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 40

$$P(-6) = -2, \quad P(-1) = -2, \quad P(1) = -1, \quad P(23) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 76. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 40

$$P(-12) = 46, \quad P(-2) = 0, \quad P(-1) = -3, \quad P(0) = -1, \quad P(1) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 77. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 41

$$P(-205) = -1, \quad P(-5) = 1, \quad P(-1) = 1, \quad P(29) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 78. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 41

$$P(-7) = 1, \quad P(-2) = -1, \quad P(-1) = 1, \quad P(12) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 79. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 42

$$P(-3) = 0, \quad P(-2) = 1, \quad P(0) = 0, \quad P(2) = 0, \quad P(3) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 80. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 42

$$P(-27) = -3, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = -1, \quad P(2) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 81. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 43

$$P(-4) = -522, \quad P(-1) = -2, \quad P(0) = -1, \quad P(1) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 82. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 43

$$P(-16) = 1, \quad P(-2) = 1, \quad P(1) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 83. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 43

$$P(-7) = -11, \quad P(-3) = 29, \quad P(-2) = 13, \quad P(2) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 84. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 44

$$P(-42) = 1, \quad P(-26) = 0, \quad P(-4) = 1, \quad P(-1) = 2, \quad P(0) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 85. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 44

$$P(-5) = -1, \quad P(-1) = 0, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 86. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 45

$$P(-6) = 0, \quad P(1) = -1, \quad P(4) = -1, \quad P(7) = 1, \quad P(14) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 87. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 45

$$P(-42) = 0, \quad P(-31) = 0, \quad P(-23) = 0, \quad P(-3) = -1, \quad P(-1) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 88. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 46

$$P(-7) = 2, \quad P(-5) = -2, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 1, \quad P(2) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 89. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 46

$$P(-20) = 1, \quad P(-3) = 3, \quad P(0) = 1, \quad P(1) = 0, \quad P(4) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 90. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 47

$$P(-5) = 0, \quad P(-1) = 1, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 9, \quad P(6) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 91. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 47

$$P(-4) = 1, \quad P(0) = 0, \quad P(16) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 92. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 48

$$P(-2) = 1, \quad P(0) = 8, \quad P(3) = -1, \quad P(102) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 93. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 48

$$P(0) = 1, \quad P(1) = 1, \quad P(2) = -15, \quad P(5) = 0, \quad P(6) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 94. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 48

$$P(-6) = -2, \quad P(-2) = 0, \quad P(-1) = 2, \quad P(0) = -2, \quad P(12) = -4.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 95. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 4 tel que : → page 49

$$P(-12) = -1, \quad P(-1) = 1037, \quad P(0) = 0, \quad P(1) = 6, \quad P(7) = 5.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 96. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 49

$$P(-9) = -1, \quad P(-1) = -2, \quad P(6) = -2.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 97. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 50

$$P(-2) = -1, \quad P(-1) = -2, \quad P(1) = 1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 98. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au → page 50

plus 2 tel que :

$$P(-19) = 6, \quad P(-3) = 1, \quad P(7) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 99. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 3 tel que : → page 50

$$P(-1) = 0, \quad P(1) = 38, \quad P(3) = 0, \quad P(4) = 0.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Exercice 100. À l'aide des polynômes interpolateurs de Lagrange, construire l'unique polynôme P de degré au plus 2 tel que : → page 51

$$P(-23) = -1, \quad P(-1) = 1, \quad P(4) = -1.$$

On donnera le résultat sous forme simplifiée.

Corrigé 1. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -13, -12, -1, 1 et 12. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X+12)(X+1)(X-1)(X-12)}{(-13+12)(-13+1)(-13-1)(-13-12)} = \frac{1}{4200}X^4 - \frac{29}{840}X^2 + \frac{6}{175},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+13)(X+1)(X-1)(X-12)}{(-12+13)(-12+1)(-12-1)(-12-12)} = -\frac{1}{3432}X^4 - \frac{1}{3432}X^3 + \frac{157}{3432}X^2 + \frac{1}{3432}X - \frac{1}{22},$$

$$L_2 = \frac{(X+13)(X+12)(X-1)(X-12)}{(-1+13)(-1+12)(-1-1)(-1-12)} = \frac{1}{3432}X^4 + \frac{1}{286}X^3 - \frac{157}{3432}X^2 - \frac{72}{143}X + \frac{6}{11},$$

$$L_3 = \frac{(X+13)(X+12)(X+1)(X-12)}{(1+13)(1+12)(1+1)(1-12)} = -\frac{1}{4004}X^4 - \frac{1}{286}X^3 + \frac{131}{4004}X^2 + \frac{72}{143}X + \frac{36}{77},$$

$$L_4 = \frac{(X+13)(X+12)(X+1)(X-1)}{(12+13)(12+12)(12+1)(12-1)} = \frac{1}{85800}X^4 + \frac{1}{3432}X^3 + \frac{31}{17160}X^2 - \frac{1}{3432}X - \frac{1}{550}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-13)\,L_0 + P(-12)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(12)\,L_4 = -L_0 - 2\,L_1 - 4\,L_2 + 7\,L_3 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{31}{12012}X^4 - \frac{131}{3432}X^3 + \frac{4243}{12012}X^2 + \frac{19007}{3432}X + \frac{177}{154},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 2. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0 et 1. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)}{(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)}{(0+1)(0-1)} = -X^2 + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)}{(1+1)(1-0)} = \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 = L_0 - 7\,L_1 + 4\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{19}{2}X^2 + \frac{3}{2}X - 7,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 3. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -2, 0, 1 et 2. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X+2)(X-0)(X-1)(X-2)}{(-5+2)(-5-0)(-5-1)(-5-2)} = \frac{1}{630}X^4 - \frac{1}{630}X^3 - \frac{2}{315}X^2 + \frac{2}{315}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X-0)(X-1)(X-2)}{(-2+5)(-2-0)(-2-1)(-2-2)} = -\frac{1}{72}X^4 - \frac{1}{36}X^3 + \frac{13}{72}X^2 - \frac{5}{36}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+2)(X-1)(X-2)}{(0+5)(0+2)(0-1)(0-2)} = \frac{1}{20}X^4 + \frac{1}{5}X^3 - \frac{9}{20}X^2 - \frac{4}{5}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+5)(X+2)(X-0)(X-2)}{(1+5)(1+2)(1-0)(1-2)} = -\frac{1}{18}X^4 - \frac{5}{18}X^3 + \frac{2}{9}X^2 + \frac{10}{9}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+5)\,(X+2)\,(X-0)\,(X-1)}{(2+5)\,(2+2)\,(2-0)\,(2-1)} = \frac{1}{56}X^4 + \frac{3}{28}X^3 + \frac{3}{56}X^2 - \frac{5}{28}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(2)\,L_4 = -4\,L_0 - 3\,L_1 + L_2 + L_3 - 3\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{42}X^4 - \frac{13}{42}X^3 - \frac{19}{21}X^2 + \frac{26}{21}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 4. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1, 0 et 13. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X+1)\,(X-0)\,(X-13)}{(-2+1)\,(-2-0)\,(-2-13)} = -\frac{1}{30}X^3 + \frac{2}{5}X^2 + \frac{13}{30}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)\,(X-0)\,(X-13)}{(-1+2)\,(-1-0)\,(-1-13)} = \frac{1}{14}X^3 - \frac{11}{14}X^2 - \frac{13}{7}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)\,(X+1)\,(X-13)}{(0+2)\,(0+1)\,(0-13)} = -\frac{1}{26}X^3 + \frac{5}{13}X^2 + \frac{37}{26}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+2)\,(X+1)\,(X-0)}{(13+2)\,(13+1)\,(13-0)} = \frac{1}{2730}X^3 + \frac{1}{910}X^2 + \frac{1}{1365}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(13)\,L_3 = 6\,L_0 + L_1 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{5}{39}X^3 + \frac{21}{13}X^2 + \frac{29}{39}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 5. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 1 et 41. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X-1)\,(X-41)}{(-1-1)\,(-1-41)} = \frac{1}{84}X^2 - \frac{1}{2}X + \frac{41}{84},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)\,(X-41)}{(1+1)\,(1-41)} = -\frac{1}{80}X^2 + \frac{1}{2}X + \frac{41}{80},$$

$$L_2 = \frac{(X+1)\,(X-1)}{(41+1)\,(41-1)} = \frac{1}{1680}X^2 - \frac{1}{1680}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(41)\,L_2 = L_0 - 2\,L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{3}{80}X^2 - \frac{3}{2}X - \frac{43}{80},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 6. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1 et 134. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X-1)\,(X-134)}{(0-1)\,(0-134)} = \frac{1}{134}X^2 - \frac{135}{134}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)(X-134)}{(1-0)(1-134)} = -\frac{1}{133}X^2 + \frac{134}{133}X,$$

$$L_2 = \frac{(X-0)(X-1)}{(134-0)(134-1)} = \frac{1}{17822}X^2 - \frac{1}{17822}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(0)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(134)\,L_2 = -2\,L_0 - L_1 - 4\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{68}{8911}X^2 + \frac{8979}{8911}X - 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 7. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -10, -6, -1 et 0. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X+6)(X+1)(X-0)}{(-10+6)(-10+1)(-10-0)} = -\frac{1}{360}X^3 - \frac{7}{360}X^2 - \frac{1}{60}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+10)(X+1)(X-0)}{(-6+10)(-6+1)(-6-0)} = \frac{1}{120}X^3 + \frac{11}{120}X^2 + \frac{1}{12}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+10)(X+6)(X-0)}{(-1+10)(-1+6)(-1-0)} = -\frac{1}{45}X^3 - \frac{16}{45}X^2 - \frac{4}{3}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+10)(X+6)(X+1)}{(0+10)(0+6)(0+1)} = \frac{1}{60}X^3 + \frac{17}{60}X^2 + \frac{19}{15}X + 1.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-10)\,L_0 + P(-6)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(0)\,L_3 = -2\,L_0 + 6\,L_1 - 13\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{31}{90}X^3 + \frac{469}{90}X^2 + \frac{268}{15}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 8. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -10, -3, 0 et 2. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X+3)(X-0)(X-2)}{(-10+3)(-10-0)(-10-2)} = -\frac{1}{840}X^3 - \frac{1}{840}X^2 + \frac{1}{140}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+10)(X-0)(X-2)}{(-3+10)(-3-0)(-3-2)} = \frac{1}{105}X^3 + \frac{8}{105}X^2 - \frac{4}{21}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+10)(X+3)(X-2)}{(0+10)(0+3)(0-2)} = -\frac{1}{60}X^3 - \frac{11}{60}X^2 - \frac{1}{15}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+10)(X+3)(X-0)}{(2+10)(2+3)(2-0)} = \frac{1}{120}X^3 + \frac{13}{120}X^2 + \frac{1}{4}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-10)\,L_0 + P(-3)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(2)\,L_3 = L_0 - 4\,L_1 - 4\,L_2 + 3\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{11}{210}X^3 + \frac{79}{105}X^2 + \frac{25}{14}X - 4,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 9. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -1, 0, 1 et 3. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-3)}{(-3+1)(-3-0)(-3-1)(-3-3)} = \frac{1}{144}X^4 - \frac{1}{48}X^3 - \frac{1}{144}X^2 + \frac{1}{48}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-0)(X-1)(X-3)}{(-1+3)(-1-0)(-1-1)(-1-3)} = -\frac{1}{16}X^4 + \frac{1}{16}X^3 + \frac{9}{16}X^2 - \frac{9}{16}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X+1)(X-1)(X-3)}{(0+3)(0+1)(0-1)(0-3)} = \frac{1}{9}X^4 - \frac{10}{9}X^2 + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)(X-3)}{(1+3)(1+1)(1-0)(1-3)} = -\frac{1}{16}X^4 - \frac{1}{16}X^3 + \frac{9}{16}X^2 + \frac{9}{16}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)(X-1)}{(3+3)(3+1)(3-0)(3-1)} = \frac{1}{144}X^4 + \frac{1}{48}X^3 - \frac{1}{144}X^2 - \frac{1}{48}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(3)\,L_4 = -13\,L_1 + 2\,L_2 + 6\,L_3 - 3\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{23}{36}X^4 - \frac{5}{4}X^3 - \frac{221}{36}X^2 + \frac{43}{4}X + 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 10. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 1

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)}{(-3+1)(-3-0)(-3-1)} = -\frac{1}{24}X^3 + \frac{1}{24}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-0)(X-1)}{(-1+3)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{4}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{4}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X+1)(X-1)}{(0+3)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{3}X^3 - X^2 + \frac{1}{3}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)}{(1+3)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{8}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{3}{8}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 = 27\,L_0 + 2\,L_1 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{3}{4}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{4}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 11. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, 1 et 16. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-16)}{(-3-1)(-3-16)} = \frac{1}{76}X^2 - \frac{17}{76}X + \frac{4}{19},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-16)}{(1+3)(1-16)} = -\frac{1}{60}X^2 + \frac{13}{60}X + \frac{4}{5},$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X-1)}{(16+3)(16-1)} = \frac{1}{285}X^2 + \frac{2}{285}X - \frac{1}{95}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(16)\,L_2 = 4\,L_1.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{15}X^2 + \frac{13}{15}X + \frac{16}{5},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 12. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -1 et 2. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-2)}{(-3+1)(-3-2)} = \frac{1}{10}X^2 - \frac{1}{10}X - \frac{1}{5},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-2)}{(-1+3)(-1-2)} = -\frac{1}{6}X^2 - \frac{1}{6}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X+1)}{(2+3)(2+1)} = \frac{1}{15}X^2 + \frac{4}{15}X + \frac{1}{5}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(2)\,L_2 = L_0 + 3\,L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{3}X^2 - \frac{1}{3}X + 3,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 13. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0, 2 et 11. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-2)(X-11)}{(-1-0)(-1-2)(-1-11)} = -\frac{1}{36}X^3 + \frac{13}{36}X^2 - \frac{11}{18}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-2)(X-11)}{(0+1)(0-2)(0-11)} = \frac{1}{22}X^3 - \frac{6}{11}X^2 + \frac{9}{22}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)(X-11)}{(2+1)(2-0)(2-11)} = -\frac{1}{54}X^3 + \frac{5}{27}X^2 + \frac{11}{54}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+1)(X-0)(X-2)}{(11+1)(11-0)(11-2)} = \frac{1}{1188}X^3 - \frac{1}{1188}X^2 - \frac{1}{594}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(2)\,L_2 + P(11)\,L_3 = 33\,L_0 + 2\,L_1 + 33\,L_2 + 3\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{142}{99}X^3 + \frac{3353}{198}X^2 - \frac{2501}{198}X + 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 14. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, ← page 2

-1, 0, 1 et 2. On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X+1)\,(X-0)\,(X-1)\,(X-2)}{(-2+1)\,(-2-0)\,(-2-1)\,(-2-2)} = \frac{1}{24}X^4 - \frac{1}{12}X^3 - \frac{1}{24}X^2 + \frac{1}{12}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)\,(X-0)\,(X-1)\,(X-2)}{(-1+2)\,(-1-0)\,(-1-1)\,(-1-2)} = -\frac{1}{6}X^4 + \frac{1}{6}X^3 + \frac{2}{3}X^2 - \frac{2}{3}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)\,(X+1)\,(X-1)\,(X-2)}{(0+2)\,(0+1)\,(0-1)\,(0-2)} = \frac{1}{4}X^4 - \frac{5}{4}X^2 + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+2)\,(X+1)\,(X-0)\,(X-2)}{(1+2)\,(1+1)\,(1-0)\,(1-2)} = -\frac{1}{6}X^4 - \frac{1}{6}X^3 + \frac{2}{3}X^2 + \frac{2}{3}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+2)\,(X+1)\,(X-0)\,(X-1)}{(2+2)\,(2+1)\,(2-0)\,(2-1)} = \frac{1}{24}X^4 + \frac{1}{12}X^3 - \frac{1}{24}X^2 - \frac{1}{12}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-2)\,L_0 + P\,(-1)\,L_1 + P\,(0)\,L_2 + P\,(1)\,L_3 + P\,(2)\,L_4 = 4\,L_0 + L_1 + 2\,L_2 - L_3 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{5}{8}X^4 - \frac{1}{12}X^3 - \frac{21}{8}X^2 - \frac{11}{12}X + 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 15. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0 et 9. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X-0)\,(X-9)}{(-1-0)\,(-1-9)} = \frac{1}{10}X^2 - \frac{9}{10}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)\,(X-9)}{(0+1)\,(0-9)} = -\frac{1}{9}X^2 + \frac{8}{9}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)\,(X-0)}{(9+1)\,(9-0)} = \frac{1}{90}X^2 + \frac{1}{90}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-1)\,L_0 + P\,(0)\,L_1 + P\,(9)\,L_2 = -L_0.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{10}X^2 + \frac{9}{10}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 16. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -23, -4, 2 et 5. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X+4)\,(X-2)\,(X-5)}{(-23+4)\,(-23-2)\,(-23-5)} = -\frac{1}{13300}X^3 + \frac{3}{13300}X^2 + \frac{9}{6650}X - \frac{2}{665},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+23)\,(X-2)\,(X-5)}{(-4+23)\,(-4-2)\,(-4-5)} = \frac{1}{1026}X^3 + \frac{8}{513}X^2 - \frac{151}{1026}X + \frac{115}{513},$$

$$L_2 = \frac{(X+23)\,(X+4)\,(X-5)}{(2+23)\,(2+4)\,(2-5)} = -\frac{1}{450}X^3 - \frac{11}{225}X^2 + \frac{43}{450}X + \frac{46}{45},$$

$$L_3 = \frac{(X+23)(X+4)(X-2)}{(5+23)(5+4)(5-2)} = \frac{1}{756}X^3 + \frac{25}{756}X^2 + \frac{19}{378}X - \frac{46}{189}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-23)\,L_0 + P(-4)\,L_1 + P(2)\,L_2 + P(5)\,L_3 = L_1 + L_2 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{923}{359100}X^3 - \frac{23831}{359100}X^2 - \frac{18293}{179550}X + \frac{26749}{17955},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 17. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -8, -2, 1 et 3. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X+2)(X-1)(X-3)}{(-8+2)(-8-1)(-8-3)} = -\frac{1}{594}X^3 + \frac{1}{297}X^2 + \frac{5}{594}X - \frac{1}{99},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+8)(X-1)(X-3)}{(-2+8)(-2-1)(-2-3)} = \frac{1}{90}X^3 + \frac{2}{45}X^2 - \frac{29}{90}X + \frac{4}{15},$$
$$L_2 = \frac{(X+8)(X+2)(X-3)}{(1+8)(1+2)(1-3)} = -\frac{1}{54}X^3 - \frac{7}{54}X^2 + \frac{7}{27}X + \frac{8}{9},$$
$$L_3 = \frac{(X+8)(X+2)(X-1)}{(3+8)(3+2)(3-1)} = \frac{1}{110}X^3 + \frac{9}{110}X^2 + \frac{3}{55}X - \frac{8}{55}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-8)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(1)\,L_2 + P(3)\,L_3 = -L_0 + 2\,L_1 - L_2 - 2\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{4}{165}X^3 + \frac{17}{330}X^2 - \frac{337}{330}X - \frac{3}{55},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 18. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1, 2 et 3. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-2)(X-3)}{(0-1)(0-2)(0-3)} = -\frac{1}{6}X^3 + X^2 - \frac{11}{6}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)(X-2)(X-3)}{(1-0)(1-2)(1-3)} = \frac{1}{2}X^3 - \frac{5}{2}X^2 + 3X,$$
$$L_2 = \frac{(X-0)(X-1)(X-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)} = -\frac{1}{2}X^3 + 2X^2 - \frac{3}{2}X,$$
$$L_3 = \frac{(X-0)(X-1)(X-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)} = \frac{1}{6}X^3 - \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{3}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(0)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(2)\,L_2 + P(3)\,L_3 = 2\,L_0 - 2\,L_1 + 3\,L_2 + 3\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{7}{3}X^3 + \frac{23}{2}X^2 - \frac{79}{6}X + 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 19. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -10, -6, -1 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, ← page 2

puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X+6)(X+1)(X-1)}{(-10+6)(-10+1)(-10-1)} = -\frac{1}{396}X^3 - \frac{1}{66}X^2 + \frac{1}{396}X + \frac{1}{66},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+10)(X+1)(X-1)}{(-6+10)(-6+1)(-6-1)} = \frac{1}{140}X^3 + \frac{1}{14}X^2 - \frac{1}{140}X - \frac{1}{14},$$

$$L_2 = \frac{(X+10)(X+6)(X-1)}{(-1+10)(-1+6)(-1-1)} = -\frac{1}{90}X^3 - \frac{1}{6}X^2 - \frac{22}{45}X + \frac{2}{3},$$

$$L_3 = \frac{(X+10)(X+6)(X+1)}{(1+10)(1+6)(1+1)} = \frac{1}{154}X^3 + \frac{17}{154}X^2 + \frac{38}{77}X + \frac{30}{77}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-10)\,L_0 + P(-6)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(1)\,L_3 = -2\,L_0 - 2\,L_1 + 26\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1033}{3465}X^3 - \frac{1027}{231}X^2 - \frac{44012}{3465}X + \frac{4030}{231},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 20. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -4, 0, 1 et 7. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0, L_1 et L_3 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X+4)(X-0)(X-1)(X-7)}{(-5+4)(-5-0)(-5-1)(-5-7)} = \frac{1}{360}X^4 - \frac{1}{90}X^3 - \frac{5}{72}X^2 + \frac{7}{90}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X-0)(X-1)(X-7)}{(-4+5)(-4-0)(-4-1)(-4-7)} = -\frac{1}{220}X^4 + \frac{3}{220}X^3 + \frac{3}{20}X^2 - \frac{7}{44}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+4)(X-1)(X-7)}{(0+5)(0+4)(0-1)(0-7)} = \frac{1}{140}X^4 + \frac{1}{140}X^3 - \frac{9}{28}X^2 - \frac{97}{140}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+5)(X+4)(X-0)(X-7)}{(1+5)(1+4)(1-0)(1-7)} = -\frac{1}{180}X^4 - \frac{1}{90}X^3 + \frac{43}{180}X^2 + \frac{7}{9}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+5)(X+4)(X-0)(X-1)}{(7+5)(7+4)(7-0)(7-1)} = \frac{1}{5544}X^4 + \frac{1}{693}X^3 + \frac{1}{504}X^2 - \frac{5}{1386}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)\,L_0 + P(-4)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(7)\,L_4 = L_2 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{193}{27720}X^4 + \frac{79}{13860}X^3 - \frac{163}{504}X^2 - \frac{9553}{13860}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 21. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 2

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)}{(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)}{(0+1)(0-1)} = -X^2 + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)}{(1+1)(1-0)} = \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 = L_0 - 4\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{3}{2}X^2 - \frac{5}{2}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 22. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0, 1, 5 et 25. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)(X-5)(X-25)}{(-1-0)(-1-1)(-1-5)(-1-25)} = \frac{1}{312}X^4 - \frac{31}{312}X^3 + \frac{155}{312}X^2 - \frac{125}{312}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)(X-5)(X-25)}{(0+1)(0-1)(0-5)(0-25)} = -\frac{1}{125}X^4 + \frac{6}{25}X^3 - \frac{124}{125}X^2 - \frac{6}{25}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)(X-5)(X-25)}{(1+1)(1-0)(1-5)(1-25)} = \frac{1}{192}X^4 - \frac{29}{192}X^3 + \frac{95}{192}X^2 + \frac{125}{192}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-25)}{(5+1)(5-0)(5-1)(5-25)} = -\frac{1}{2400}X^4 + \frac{1}{96}X^3 + \frac{1}{2400}X^2 - \frac{1}{96}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-5)}{(25+1)(25-0)(25-1)(25-5)} = \frac{1}{312000}X^4 - \frac{1}{62400}X^3 - \frac{1}{312000}X^2 + \frac{1}{62400}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 + P(5)\,L_3 + P(25)\,L_4 = -L_1 - 2\,L_2 + 2\,L_3 - 2\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{127}{39000}X^4 + \frac{647}{7800}X^3 + \frac{127}{39000}X^2 - \frac{8447}{7800}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 23. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 2, 3 et 8. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X-2)(X-3)(X-8)}{(-1-2)(-1-3)(-1-8)} = -\frac{1}{108}X^3 + \frac{13}{108}X^2 - \frac{23}{54}X + \frac{4}{9},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-3)(X-8)}{(2+1)(2-3)(2-8)} = \frac{1}{18}X^3 - \frac{5}{9}X^2 + \frac{13}{18}X + \frac{4}{3},$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-2)(X-8)}{(3+1)(3-2)(3-8)} = -\frac{1}{20}X^3 + \frac{9}{20}X^2 - \frac{3}{10}X - \frac{4}{5},$$

$$L_3 = \frac{(X+1)(X-2)(X-3)}{(8+1)(8-2)(8-3)} = \frac{1}{270}X^3 - \frac{2}{135}X^2 + \frac{1}{270}X + \frac{1}{45}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(2)\,L_1 + P(3)\,L_2 + P(8)\,L_3 = -L_0 - L_1 + 2\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{7}{180}X^3 + \frac{73}{180}X^2 - \frac{13}{45}X - \frac{26}{15},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 24. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -67, 0 et 3. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X-0)\,(X-3)}{(-67-0)\,(-67-3)} = \frac{1}{4690}X^2 - \frac{3}{4690}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+67)\,(X-3)}{(0+67)\,(0-3)} = -\frac{1}{201}X^2 - \frac{64}{201}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+67)\,(X-0)}{(3+67)\,(3-0)} = \frac{1}{210}X^2 + \frac{67}{210}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-67)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(3)\,L_2 = L_0.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1}{4690}X^2 - \frac{3}{4690}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 25. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -2 et 0. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X+2)\,(X-0)}{(-3+2)\,(-3-0)} = \frac{1}{3}X^2 + \frac{2}{3}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)\,(X-0)}{(-2+3)\,(-2-0)} = -\frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{2}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)\,(X+2)}{(0+3)\,(0+2)} = \frac{1}{6}X^2 + \frac{5}{6}X + 1.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(0)\,L_2 = -L_1 - 2\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1}{6}X^2 - \frac{1}{6}X - 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 26. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -1, 0, 3 et 5. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X+1)\,(X-0)\,(X-3)\,(X-5)}{(-5+1)\,(-5-0)\,(-5-3)\,(-5-5)} = \frac{1}{1600}X^4 - \frac{7}{1600}X^3 + \frac{7}{1600}X^2 + \frac{3}{320}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X-0)(X-3)(X-5)}{(-1+5)(-1-0)(-1-3)(-1-5)} = -\frac{1}{96}X^4 + \frac{1}{32}X^3 + \frac{25}{96}X^2 - \frac{25}{32}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+1)(X-3)(X-5)}{(0+5)(0+1)(0-3)(0-5)} = \frac{1}{75}X^4 - \frac{2}{75}X^3 - \frac{28}{75}X^2 + \frac{2}{3}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+5)(X+1)(X-0)(X-5)}{(3+5)(3+1)(3-0)(3-5)} = -\frac{1}{192}X^4 - \frac{1}{192}X^3 + \frac{25}{192}X^2 + \frac{25}{192}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+5)(X+1)(X-0)(X-3)}{(5+5)(5+1)(5-0)(5-3)} = \frac{1}{600}X^4 + \frac{1}{200}X^3 - \frac{13}{600}X^2 - \frac{1}{40}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(3)\,L_3 + P(5)\,L_4 = -5\,L_0 + L_1 + L_2 + L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{7}{4800}X^4 + \frac{151}{4800}X^3 - \frac{751}{4800}X^2 - \frac{179}{960}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 27. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 1 et 2. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-2)}{(-1-1)(-1-2)} = \frac{1}{6}X^2 - \frac{1}{2}X + \frac{1}{3},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-2)}{(1+1)(1-2)} = -\frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-1)}{(2+1)(2-1)} = \frac{1}{3}X^2 - \frac{1}{3}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(2)\,L_2 = -2\,L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{4}{3}X^2 - X - \frac{7}{3},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 28. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -10, -1, 0 et 5. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-5)}{(-10+1)(-10-0)(-10-5)} = -\frac{1}{1350}X^3 + \frac{2}{675}X^2 + \frac{1}{270}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+10)(X-0)(X-5)}{(-1+10)(-1-0)(-1-5)} = \frac{1}{54}X^3 + \frac{5}{54}X^2 - \frac{25}{27}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+10)(X+1)(X-5)}{(0+10)(0+1)(0-5)} = -\frac{1}{50}X^3 - \frac{3}{25}X^2 + \frac{9}{10}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+10)(X+1)(X-0)}{(5+10)(5+1)(5-0)} = \frac{1}{450}X^3 + \frac{11}{450}X^2 + \frac{1}{45}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-10)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(5)\,L_3 = L_0 + L_2 - 2\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{17}{675}X^3 - \frac{112}{675}X^2 + \frac{116}{135}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 29. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1, 0, 1 et 3. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-3)}{(-2+1)(-2-0)(-2-1)(-2-3)} = \frac{1}{30}X^4 - \frac{1}{10}X^3 - \frac{1}{30}X^2 + \frac{1}{10}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-0)(X-1)(X-3)}{(-1+2)(-1-0)(-1-1)(-1-3)} = -\frac{1}{8}X^4 + \frac{1}{4}X^3 + \frac{5}{8}X^2 - \frac{3}{4}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)(X+1)(X-1)(X-3)}{(0+2)(0+1)(0-1)(0-3)} = \frac{1}{6}X^4 - \frac{1}{6}X^3 - \frac{7}{6}X^2 + \frac{1}{6}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-3)}{(1+2)(1+1)(1-0)(1-3)} = -\frac{1}{12}X^4 + \frac{7}{12}X^2 + \frac{1}{2}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-1)}{(3+2)(3+1)(3-0)(3-1)} = \frac{1}{120}X^4 + \frac{1}{60}X^3 - \frac{1}{120}X^2 - \frac{1}{60}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(3)\,L_4 = -3\,L_1 - 13\,L_3 - 2\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{173}{120}X^4 - \frac{47}{60}X^3 - \frac{1133}{120}X^2 - \frac{253}{60}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 30. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 2, 5 et 9. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X-5)(X-9)}{(2-5)(2-9)} = \frac{1}{21}X^2 - \frac{2}{3}X + \frac{15}{7},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-2)(X-9)}{(5-2)(5-9)} = -\frac{1}{12}X^2 + \frac{11}{12}X - \frac{3}{2},$$

$$L_2 = \frac{(X-2)(X-5)}{(9-2)(9-5)} = \frac{1}{28}X^2 - \frac{1}{4}X + \frac{5}{14}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(2)\,L_0 + P(5)\,L_1 + P(9)\,L_2 = -8\,L_0 + 4\,L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{19}{28}X^2 + \frac{35}{4}X - \frac{319}{14},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 31. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0, 1, 4 et 7. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_4 explicitement, ← page 3

puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)(X-4)(X-7)}{(-1-0)(-1-1)(-1-4)(-1-7)} = \frac{1}{80}X^4 - \frac{3}{20}X^3 + \frac{39}{80}X^2 - \frac{7}{20}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)(X-4)(X-7)}{(0+1)(0-1)(0-4)(0-7)} = -\frac{1}{28}X^4 + \frac{11}{28}X^3 - \frac{27}{28}X^2 - \frac{11}{28}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)(X-4)(X-7)}{(1+1)(1-0)(1-4)(1-7)} = \frac{1}{36}X^4 - \frac{5}{18}X^3 + \frac{17}{36}X^2 + \frac{7}{9}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-7)}{(4+1)(4-0)(4-1)(4-7)} = -\frac{1}{180}X^4 + \frac{7}{180}X^3 + \frac{1}{180}X^2 - \frac{7}{180}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-4)}{(7+1)(7-0)(7-1)(7-4)} = \frac{1}{1008}X^4 - \frac{1}{252}X^3 - \frac{1}{1008}X^2 + \frac{1}{252}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 + P(4)\,L_3 + P(7)\,L_4 = L_0 + 4\,L_1 - L_2 - 2\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{247}{1680}X^4 + \frac{227}{140}X^3 - \frac{6473}{1680}X^2 - \frac{367}{140}X + 4,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 32. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -3, -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 3

$$L_0 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)(X-1)}{(-5+3)(-5+1)(-5-0)(-5-1)} = \frac{1}{240}X^4 + \frac{1}{80}X^3 - \frac{1}{240}X^2 - \frac{1}{80}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X+1)(X-0)(X-1)}{(-3+5)(-3+1)(-3-0)(-3-1)} = -\frac{1}{48}X^4 - \frac{5}{48}X^3 + \frac{1}{48}X^2 + \frac{5}{48}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+3)(X-0)(X-1)}{(-1+5)(-1+3)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{16}X^4 + \frac{7}{16}X^3 + \frac{7}{16}X^2 - \frac{15}{16}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+5)(X+3)(X+1)(X-1)}{(0+5)(0+3)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{15}X^4 - \frac{8}{15}X^3 - \frac{14}{15}X^2 + \frac{8}{15}X + 1,$$

$$L_4 = \frac{(X+5)(X+3)(X+1)(X-0)}{(1+5)(1+3)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{48}X^4 + \frac{3}{16}X^3 + \frac{23}{48}X^2 + \frac{5}{16}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)\,L_0 + P(-3)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(0)\,L_3 + P(1)\,L_4 = -L_0 + 2\,L_2 - L_3 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1}{6}X^4 + \frac{29}{24}X^3 + \frac{4}{3}X^2 - \frac{65}{24}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 33. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1, 2 et 6. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, ← page 4

puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-2)(X-6)}{(-2+1)(-2-2)(-2-6)} = -\frac{1}{32}X^3 + \frac{7}{32}X^2 - \frac{1}{8}X - \frac{3}{8},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-2)(X-6)}{(-1+2)(-1-2)(-1-6)} = \frac{1}{21}X^3 - \frac{2}{7}X^2 - \frac{4}{21}X + \frac{8}{7},$$

$$L_2 = \frac{(X+2)(X+1)(X-6)}{(2+2)(2+1)(2-6)} = -\frac{1}{48}X^3 + \frac{1}{16}X^2 + \frac{1}{3}X + \frac{1}{4},$$

$$L_3 = \frac{(X+2)(X+1)(X-2)}{(6+2)(6+1)(6-2)} = \frac{1}{224}X^3 + \frac{1}{224}X^2 - \frac{1}{56}X - \frac{1}{56}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(2)\,L_2 + P(6)\,L_3 = -153\,L_1 - 12\,L_2 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{225}{32}X^3 + \frac{1375}{32}X^2 + \frac{201}{8}X - \frac{1423}{8},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 34. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, 0 et 7. ← page 4
On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-7)}{(-2-0)(-2-7)} = \frac{1}{18}X^2 - \frac{7}{18}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-7)}{(0+2)(0-7)} = -\frac{1}{14}X^2 + \frac{5}{14}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)(X-0)}{(7+2)(7-0)} = \frac{1}{63}X^2 + \frac{2}{63}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(7)\,L_2 = -24\,L_0 - 6\,L_1 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{58}{63}X^2 + \frac{451}{63}X - 6,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 35. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1 et 4. ← page 4
(On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-4)}{(0-1)(0-4)} = \frac{1}{4}X^2 - \frac{5}{4}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)(X-4)}{(1-0)(1-4)} = -\frac{1}{3}X^2 + \frac{4}{3}X,$$

$$L_2 = \frac{(X-0)(X-1)}{(4-0)(4-1)} = \frac{1}{12}X^2 - \frac{1}{12}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(0)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(4)\,L_2 = 3\,L_0 - L_1.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{13}{12}X^2 - \frac{61}{12}X + 3,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 36. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0, 1 et 4. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 4

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)(X-4)}{(-1-0)(-1-1)(-1-4)} = -\frac{1}{10}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{2}{5}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)(X-4)}{(0+1)(0-1)(0-4)} = \frac{1}{4}X^3 - X^2 - \frac{1}{4}X + 1,$$
$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)(X-4)}{(1+1)(1-0)(1-4)} = -\frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{2}{3}X,$$
$$L_3 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)}{(4+1)(4-0)(4-1)} = \frac{1}{60}X^3 - \frac{1}{60}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 + P(4)\,L_3 = 4\,L_0 - 2\,L_1 + L_2 + 4\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -X^3 + \frac{9}{2}X^2 - \frac{1}{2}X - 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 37. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -4, -2, 0, 1 et 4. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_4 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 4

$$L_0 = \frac{(X+2)(X-0)(X-1)(X-4)}{(-4+2)(-4-0)(-4-1)(-4-4)} = \frac{1}{320}X^4 - \frac{3}{320}X^3 - \frac{3}{160}X^2 + \frac{1}{40}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+4)(X-0)(X-1)(X-4)}{(-2+4)(-2-0)(-2-1)(-2-4)} = -\frac{1}{72}X^4 + \frac{1}{72}X^3 + \frac{2}{9}X^2 - \frac{2}{9}X,$$
$$L_2 = \frac{(X+4)(X+2)(X-1)(X-4)}{(0+4)(0+2)(0-1)(0-4)} = \frac{1}{32}X^4 + \frac{1}{32}X^3 - \frac{9}{16}X^2 - \frac{1}{2}X + 1,$$
$$L_3 = \frac{(X+4)(X+2)(X-0)(X-4)}{(1+4)(1+2)(1-0)(1-4)} = -\frac{1}{45}X^4 - \frac{2}{45}X^3 + \frac{16}{45}X^2 + \frac{32}{45}X,$$
$$L_4 = \frac{(X+4)(X+2)(X-0)(X-1)}{(4+4)(4+2)(4-0)(4-1)} = \frac{1}{576}X^4 + \frac{5}{576}X^3 + \frac{1}{288}X^2 - \frac{1}{72}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-4)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(4)\,L_4 = 2\,L_0 - L_2 + 5\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{49}{360}X^4 - \frac{49}{180}X^3 + \frac{829}{360}X^2 + \frac{739}{180}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 38. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, 0, 2 et 8. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, ← page 4

puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-2)(X-8)}{(-3-0)(-3-2)(-3-8)} = -\frac{1}{165}X^3 + \frac{2}{33}X^2 - \frac{16}{165}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-2)(X-8)}{(0+3)(0-2)(0-8)} = \frac{1}{48}X^3 - \frac{7}{48}X^2 - \frac{7}{24}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X-0)(X-8)}{(2+3)(2-0)(2-8)} = -\frac{1}{60}X^3 + \frac{1}{12}X^2 + \frac{2}{5}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)(X-0)(X-2)}{(8+3)(8-0)(8-2)} = \frac{1}{528}X^3 + \frac{1}{528}X^2 - \frac{1}{88}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(2)\,L_2 + P(8)\,L_3 = -L_0 + L_1 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{19}{660}X^3 - \frac{9}{44}X^2 - \frac{34}{165}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 39. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -12, -3, -2 et 0. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_3 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 4

$$L_0 = \frac{(X+3)(X+2)(X-0)}{(-12+3)(-12+2)(-12-0)} = -\frac{1}{1080}X^3 - \frac{1}{216}X^2 - \frac{1}{180}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+12)(X+2)(X-0)}{(-3+12)(-3+2)(-3-0)} = \frac{1}{27}X^3 + \frac{14}{27}X^2 + \frac{8}{9}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+12)(X+3)(X-0)}{(-2+12)(-2+3)(-2-0)} = -\frac{1}{20}X^3 - \frac{3}{4}X^2 - \frac{9}{5}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+12)(X+3)(X+2)}{(0+12)(0+3)(0+2)} = \frac{1}{72}X^3 + \frac{17}{72}X^2 + \frac{11}{12}X + 1.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-12)\,L_0 + P(-3)\,L_1 + P(-2)\,L_2 + P(0)\,L_3 = -5\,L_0 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{49}{1080}X^3 - \frac{157}{216}X^2 - \frac{319}{180}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 40. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0 et 1. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 4

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)}{(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)}{(0+1)(0-1)} = -X^2 + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)}{(1+1)(1-0)} = \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 = L_0 - 9\,L_1 + 4\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{23}{2}X^2 + \frac{3}{2}X - 9,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 41. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -1, 0, 4 et 63. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 4

$$L_0 = \frac{(X+1)\,(X-0)\,(X-4)\,(X-63)}{(-3+1)\,(-3-0)\,(-3-4)\,(-3-63)} = \frac{1}{2772}X^4 - \frac{1}{42}X^3 + \frac{185}{2772}X^2 + \frac{1}{11}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)\,(X-0)\,(X-4)\,(X-63)}{(-1+3)\,(-1-0)\,(-1-4)\,(-1-63)} = -\frac{1}{640}X^4 + \frac{1}{10}X^3 - \frac{51}{640}X^2 - \frac{189}{160}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)\,(X+1)\,(X-4)\,(X-63)}{(0+3)\,(0+1)\,(0-4)\,(0-63)} = \frac{1}{756}X^4 - \frac{1}{12}X^3 - \frac{13}{756}X^2 + \frac{269}{252}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)\,(X+1)\,(X-0)\,(X-63)}{(4+3)\,(4+1)\,(4-0)\,(4-63)} = -\frac{1}{8260}X^4 + \frac{1}{140}X^3 + \frac{249}{8260}X^2 + \frac{27}{1180}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+3)\,(X+1)\,(X-0)\,(X-4)}{(63+3)\,(63+1)\,(63-0)\,(63-4)} = \frac{1}{15700608}X^4 - \frac{13}{15700608}X^2 - \frac{1}{1308384}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(4)\,L_3 + P(63)\,L_4 = L_1 - L_2 - L_3 + L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{6781}{2453220}X^4 + \frac{37}{210}X^3 - \frac{227261}{2453220}X^2 - \frac{464393}{204435}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 42. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1 et 15. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 4

$$L_0 = \frac{(X-1)\,(X-15)}{(0-1)\,(0-15)} = \frac{1}{15}X^2 - \frac{16}{15}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)\,(X-15)}{(1-0)\,(1-15)} = -\frac{1}{14}X^2 + \frac{15}{14}X,$$

$$L_2 = \frac{(X-0)\,(X-1)}{(15-0)\,(15-1)} = \frac{1}{210}X^2 - \frac{1}{210}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(0)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(15)\,L_2 = 2\,L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{29}{210}X^2 + \frac{449}{210}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 43. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -258, -3, -1, 0 et 2. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 4

$$L_0 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)(X-2)}{(-258+3)(-258+1)(-258-0)(-258-2)} = \frac{1}{4396087800}X^4 + \frac{1}{2198043900}X^3 - \frac{1}{879217560}X^2 - \frac{1}{732681300}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+258)(X+1)(X-0)(X-2)}{(-3+258)(-3+1)(-3-0)(-3-2)} = -\frac{1}{7650}X^4 - \frac{257}{7650}X^3 + \frac{26}{765}X^2 + \frac{86}{1275}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+258)(X+3)(X-0)(X-2)}{(-1+258)(-1+3)(-1-0)(-1-2)} = \frac{1}{1542}X^4 + \frac{259}{1542}X^3 + \frac{42}{257}X^2 - \frac{258}{257}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+258)(X+3)(X+1)(X-2)}{(0+258)(0+3)(0+1)(0-2)} = -\frac{1}{1548}X^4 - \frac{65}{387}X^3 - \frac{511}{1548}X^2 + \frac{36}{43}X + 1,$$

$$L_4 = \frac{(X+258)(X+3)(X+1)(X-0)}{(2+258)(2+3)(2+1)(2-0)} = \frac{1}{7800}X^4 + \frac{131}{3900}X^3 + \frac{69}{520}X^2 + \frac{129}{1300}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-258)\,L_0 + P(-3)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(0)\,L_3 + P(2)\,L_4 = L_1 + L_2 - 4\,L_3 + L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{4733083}{1465362600}X^4 + \frac{615300833}{732681300}X^3 + \frac{483721117}{293072520}X^2 - \frac{3067037999}{732681300}X - 4,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 44. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1 et 2. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-2)}{(0-1)(0-2)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{2}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)(X-2)}{(1-0)(1-2)} = -X^2 + 2X,$$

$$L_2 = \frac{(X-0)(X-1)}{(2-0)(2-1)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(0)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(2)\,L_2 = 5\,L_0 + 6\,L_1 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -4X^2 + 5X + 5,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 45. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1 et 2. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-2)}{(0-1)(0-2)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{2}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)(X-2)}{(1-0)(1-2)} = -X^2 + 2X,$$

$$L_2 = \frac{(X-0)\,(X-1)}{(2-0)\,(2-1)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(0)\,L_0 + P\,(1)\,L_1 + P\,(2)\,L_2 = L_0.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{2}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 46. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 1, 2 et 3. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X-1)\,(X-2)\,(X-3)}{(-1-1)\,(-1-2)\,(-1-3)} = -\frac{1}{24}X^3 + \frac{1}{4}X^2 - \frac{11}{24}X + \frac{1}{4},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)\,(X-2)\,(X-3)}{(1+1)\,(1-2)\,(1-3)} = \frac{1}{4}X^3 - X^2 + \frac{1}{4}X + \frac{3}{2},$$

$$L_2 = \frac{(X+1)\,(X-1)\,(X-3)}{(2+1)\,(2-1)\,(2-3)} = -\frac{1}{3}X^3 + X^2 + \frac{1}{3}X - 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+1)\,(X-1)\,(X-2)}{(3+1)\,(3-1)\,(3-2)} = \frac{1}{8}X^3 - \frac{1}{4}X^2 - \frac{1}{8}X + \frac{1}{4}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-1)\,L_0 + P\,(1)\,L_1 + P\,(2)\,L_2 + P\,(3)\,L_3 = L_0 + L_1 - L_2 - 9\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{7}{12}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{7}{12}X + \frac{1}{2},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 47. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 2 et 3. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X-2)\,(X-3)}{(-1-2)\,(-1-3)} = \frac{1}{12}X^2 - \frac{5}{12}X + \frac{1}{2},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)\,(X-3)}{(2+1)\,(2-3)} = -\frac{1}{3}X^2 + \frac{2}{3}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)\,(X-2)}{(3+1)\,(3-2)} = \frac{1}{4}X^2 - \frac{1}{4}X - \frac{1}{2}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-1)\,L_0 + P\,(2)\,L_1 + P\,(3)\,L_2 = L_0 + 4148\,L_1 - 10\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{16621}{12}X^2 + \frac{33209}{12}X + \frac{8307}{2},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 48. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -7, -1 et 0. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X+1)\,(X-0)}{(-7+1)\,(-7-0)} = \frac{1}{42}X^2 + \frac{1}{42}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+7)(X-0)}{(-1+7)(-1-0)} = -\frac{1}{6}X^2 - \frac{7}{6}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+7)(X+1)}{(0+7)(0+1)} = \frac{1}{7}X^2 + \frac{8}{7}X + 1.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-7)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 = 2\,L_0 - 2\,L_1 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{5}{21}X^2 + \frac{26}{21}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 49. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -4, -1, 0, 3 et 13. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-3)(X-13)}{(-4+1)(-4-0)(-4-3)(-4-13)} = \frac{1}{1428}X^4 - \frac{5}{476}X^3 + \frac{23}{1428}X^2 + \frac{13}{476}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+4)(X-0)(X-3)(X-13)}{(-1+4)(-1-0)(-1-3)(-1-13)} = -\frac{1}{168}X^4 + \frac{1}{14}X^3 + \frac{25}{168}X^2 - \frac{13}{14}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+4)(X+1)(X-3)(X-13)}{(0+4)(0+1)(0-3)(0-13)} = \frac{1}{156}X^4 - \frac{11}{156}X^3 - \frac{37}{156}X^2 + \frac{131}{156}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+4)(X+1)(X-0)(X-13)}{(3+4)(3+1)(3-0)(3-13)} = -\frac{1}{840}X^4 + \frac{1}{105}X^3 + \frac{61}{840}X^2 + \frac{13}{210}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+4)(X+1)(X-0)(X-3)}{(13+4)(13+1)(13-0)(13-3)} = \frac{1}{30940}X^4 + \frac{1}{15470}X^3 - \frac{11}{30940}X^2 - \frac{3}{7735}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-4)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(3)\,L_3 + P(13)\,L_4 = L_0 + L_1 + L_2 + 5\,L_3 + L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{210}X^4 + \frac{4}{105}X^3 + \frac{61}{210}X^2 + \frac{26}{105}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 50. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -11, -1 et 0. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)}{(-11+1)(-11-0)} = \frac{1}{110}X^2 + \frac{1}{110}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+11)(X-0)}{(-1+11)(-1-0)} = -\frac{1}{10}X^2 - \frac{11}{10}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+11)(X+1)}{(0+11)(0+1)} = \frac{1}{11}X^2 + \frac{12}{11}X + 1.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-11)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 = L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{110}X^2 - \frac{1}{110}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 51. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -78, -4, -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 et L_3 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X+4)(X+1)(X-0)(X-1)}{(-78+4)(-78+1)(-78-0)(-78-1)} = \frac{1}{35111076}X^4 + \frac{1}{8777769}X^3 - \frac{1}{35111076}X^2 - \frac{1}{8777769}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+78)(X+1)(X-0)(X-1)}{(-4+78)(-4+1)(-4-0)(-4-1)} = -\frac{1}{4440}X^4 - \frac{13}{740}X^3 + \frac{1}{4440}X^2 + \frac{13}{740}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+78)(X+4)(X-0)(X-1)}{(-1+78)(-1+4)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{462}X^4 + \frac{27}{154}X^3 + \frac{115}{231}X^2 - \frac{52}{77}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+78)(X+4)(X+1)(X-1)}{(0+78)(0+4)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{312}X^4 - \frac{41}{156}X^3 - \frac{311}{312}X^2 + \frac{41}{156}X + 1,$$

$$L_4 = \frac{(X+78)(X+4)(X+1)(X-0)}{(1+78)(1+4)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{790}X^4 + \frac{83}{790}X^3 + \frac{197}{395}X^2 + \frac{156}{395}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-78)\,L_0 + P(-4)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(0)\,L_3 + P(1)\,L_4 = -L_1 + L_2 + 3\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{167107}{27008520}X^4 + \frac{2287091}{4501420}X^3 + \frac{53849933}{27008520}X^2 + \frac{2214329}{4501420}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 52. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, 0, 1 et 2. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)(X-2)}{(-3-0)(-3-1)(-3-2)} = -\frac{1}{60}X^3 + \frac{1}{20}X^2 - \frac{1}{30}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-1)(X-2)}{(0+3)(0-1)(0-2)} = \frac{1}{6}X^3 - \frac{7}{6}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X-0)(X-2)}{(1+3)(1-0)(1-2)} = -\frac{1}{4}X^3 - \frac{1}{4}X^2 + \frac{3}{2}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)(X-0)(X-1)}{(2+3)(2-0)(2-1)} = \frac{1}{10}X^3 + \frac{1}{5}X^2 - \frac{3}{10}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 + P(2)\,L_3 = -L_0 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{12}X^3 - \frac{1}{4}X^2 + \frac{1}{3}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 53. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -1, 0, 3 et 11. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-3)(X-11)}{(-3+1)(-3-0)(-3-3)(-3-11)} = \frac{1}{504}X^4 - \frac{13}{504}X^3 + \frac{19}{504}X^2 + \frac{11}{168}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-0)(X-3)(X-11)}{(-1+3)(-1-0)(-1-3)(-1-11)} = -\frac{1}{96}X^4 + \frac{11}{96}X^3 + \frac{3}{32}X^2 - \frac{33}{32}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X+1)(X-3)(X-11)}{(0+3)(0+1)(0-3)(0-11)} = \frac{1}{99}X^4 - \frac{10}{99}X^3 - \frac{20}{99}X^2 + \frac{10}{11}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)(X-11)}{(3+3)(3+1)(3-0)(3-11)} = -\frac{1}{576}X^4 + \frac{7}{576}X^3 + \frac{41}{576}X^2 + \frac{11}{192}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)(X-3)}{(11+3)(11+1)(11-0)(11-3)} = \frac{1}{14784}X^4 + \frac{1}{14784}X^3 - \frac{3}{4928}X^2 - \frac{3}{4928}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(3)\,L_3 + P(11)\,L_4 = -2\,L_0 - 75\,L_1 - 2\,L_2 + L_3 + 19\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{799}{1056}X^4 - \frac{2931}{352}X^3 - \frac{7015}{1056}X^2 + \frac{26555}{352}X - 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 54. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -2 et 68. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 5

$$L_0 = \frac{(X+2)(X-68)}{(-5+2)(-5-68)} = \frac{1}{219}X^2 - \frac{22}{73}X - \frac{136}{219},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X-68)}{(-2+5)(-2-68)} = -\frac{1}{210}X^2 + \frac{3}{10}X + \frac{34}{21},$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+2)}{(68+5)(68+2)} = \frac{1}{5110}X^2 + \frac{1}{730}X + \frac{1}{511}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(68)\,L_2 = -3\,L_0 + 2\,L_1 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{359}{15330}X^2 + \frac{1097}{730}X + \frac{7817}{1533},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 55. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1, 0, 1 et 8. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-8)}{(-2+1)(-2-0)(-2-1)(-2-8)} = \frac{1}{60}X^4 - \frac{2}{15}X^3 - \frac{1}{60}X^2 + \frac{2}{15}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-0)(X-1)(X-8)}{(-1+2)(-1-0)(-1-1)(-1-8)} = -\frac{1}{18}X^4 + \frac{7}{18}X^3 + \frac{5}{9}X^2 - \frac{8}{9}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)(X+1)(X-1)(X-8)}{(0+2)(0+1)(0-1)(0-8)} = \frac{1}{16}X^4 - \frac{3}{8}X^3 - \frac{17}{16}X^2 + \frac{3}{8}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-8)}{(1+2)(1+1)(1-0)(1-8)} = -\frac{1}{42}X^4 + \frac{5}{42}X^3 + \frac{11}{21}X^2 + \frac{8}{21}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-1)}{(8+2)(8+1)(8-0)(8-1)} = \frac{1}{5040}X^4 + \frac{1}{2520}X^3 - \frac{1}{5040}X^2 - \frac{1}{2520}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(8)\,L_4 = -2\,L_0 + L_3 + 2\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{143}{2520}X^4 + \frac{487}{1260}X^3 + \frac{1403}{2520}X^2 + \frac{143}{1260}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 56. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0, 1, 3 et 10. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)(X-3)(X-10)}{(-1-0)(-1-1)(-1-3)(-1-10)} = \frac{1}{88}X^4 - \frac{7}{44}X^3 + \frac{43}{88}X^2 - \frac{15}{44}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)(X-3)(X-10)}{(0+1)(0-1)(0-3)(0-10)} = -\frac{1}{30}X^4 + \frac{13}{30}X^3 - \frac{29}{30}X^2 - \frac{13}{30}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)(X-3)(X-10)}{(1+1)(1-0)(1-3)(1-10)} = \frac{1}{36}X^4 - \frac{1}{3}X^3 + \frac{17}{36}X^2 + \frac{5}{6}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-10)}{(3+1)(3-0)(3-1)(3-10)} = -\frac{1}{168}X^4 + \frac{5}{84}X^3 + \frac{1}{168}X^2 - \frac{5}{84}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-3)}{(10+1)(10-0)(10-1)(10-3)} = \frac{1}{6930}X^4 - \frac{1}{2310}X^3 - \frac{1}{6930}X^2 + \frac{1}{2310}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 + P(3)\,L_3 + P(10)\,L_4 = L_0 + 2\,L_1 + 9\,L_2 + 2\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1081}{5544}X^4 - \frac{2119}{924}X^3 + \frac{15551}{5544}X^2 + \frac{5815}{924}X + 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 57. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, 0 et 1. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)}{(-2-0)(-2-1)} = \frac{1}{6}X^2 - \frac{1}{6}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-1)}{(0+2)(0-1)} = -\frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)(X-0)}{(1+2)(1-0)} = \frac{1}{3}X^2 + \frac{2}{3}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 = 2\,L_0 - 4\,L_1 - 10\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -X^2 - 5X - 4,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 58. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -2, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 et L_3 ← page 6

explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X+2)\,(X-0)\,(X-1)}{(-3+2)\,(-3-0)\,(-3-1)} = -\frac{1}{12}X^3 - \frac{1}{12}X^2 + \frac{1}{6}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)\,(X-0)\,(X-1)}{(-2+3)\,(-2-0)\,(-2-1)} = \frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{3}X^2 - \frac{1}{2}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)\,(X+2)\,(X-1)}{(0+3)\,(0+2)\,(0-1)} = -\frac{1}{6}X^3 - \frac{2}{3}X^2 - \frac{1}{6}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)\,(X+2)\,(X-0)}{(1+3)\,(1+2)\,(1-0)} = \frac{1}{12}X^3 + \frac{5}{12}X^2 + \frac{1}{2}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-3)\,L_0 + P\,(-2)\,L_1 + P\,(0)\,L_2 + P\,(1)\,L_3 = -2\,L_0 - 2\,L_1.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{6}X^3 - \frac{1}{2}X^2 + \frac{2}{3}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 59. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0, 1 et 7. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X-0)\,(X-1)\,(X-7)}{(-1-0)\,(-1-1)\,(-1-7)} = -\frac{1}{16}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{7}{16}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)\,(X-1)\,(X-7)}{(0+1)\,(0-1)\,(0-7)} = \frac{1}{7}X^3 - X^2 - \frac{1}{7}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)\,(X-0)\,(X-7)}{(1+1)\,(1-0)\,(1-7)} = -\frac{1}{12}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{7}{12}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+1)\,(X-0)\,(X-1)}{(7+1)\,(7-0)\,(7-1)} = \frac{1}{336}X^3 - \frac{1}{336}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-1)\,L_0 + P\,(0)\,L_1 + P\,(1)\,L_2 + P\,(7)\,L_3 = 2\,L_0 + L_1 - L_2 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{11}{112}X^3 - \frac{1}{2}X^2 - \frac{179}{112}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 60. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -30, -2 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X+2)\,(X-1)}{(-30+2)\,(-30-1)} = \frac{1}{868}X^2 + \frac{1}{868}X - \frac{1}{434},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+30)\,(X-1)}{(-2+30)\,(-2-1)} = -\frac{1}{84}X^2 - \frac{29}{84}X + \frac{5}{14},$$

$$L_2 = \frac{(X+30)\,(X+2)}{(1+30)\,(1+2)} = \frac{1}{93}X^2 + \frac{32}{93}X + \frac{20}{31}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-30)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(1)\,L_2 = L_0 + 3\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{29}{868}X^2 + \frac{897}{868}X + \frac{839}{434},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 61. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 1 et 10. ← page 6
On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-10)}{(-1-1)(-1-10)} = \frac{1}{22}X^2 - \frac{1}{2}X + \frac{5}{11},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-10)}{(1+1)(1-10)} = -\frac{1}{18}X^2 + \frac{1}{2}X + \frac{5}{9},$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-1)}{(10+1)(10-1)} = \frac{1}{99}X^2 - \frac{1}{99}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(10)\,L_2 = L_0 + L_1 - 294\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{295}{99}X^2 + \frac{394}{99},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 62. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -4, 0 et 1. ← page 6
On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)}{(-4-0)(-4-1)} = \frac{1}{20}X^2 - \frac{1}{20}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+4)(X-1)}{(0+4)(0-1)} = -\frac{1}{4}X^2 - \frac{3}{4}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+4)(X-0)}{(1+4)(1-0)} = \frac{1}{5}X^2 + \frac{4}{5}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-4)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(1)\,L_2 = -L_0 - L_1 - 24\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{23}{5}X^2 - \frac{92}{5}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 63. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1, 0, 1 et 2. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_4 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-2)}{(-2+1)(-2-0)(-2-1)(-2-2)} = \frac{1}{24}X^4 - \frac{1}{12}X^3 - \frac{1}{24}X^2 + \frac{1}{12}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-0)(X-1)(X-2)}{(-1+2)(-1-0)(-1-1)(-1-2)} = -\frac{1}{6}X^4 + \frac{1}{6}X^3 + \frac{2}{3}X^2 - \frac{2}{3}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)(X+1)(X-1)(X-2)}{(0+2)(0+1)(0-1)(0-2)} = \frac{1}{4}X^4 - \frac{5}{4}X^2 + 1,$$
$$L_3 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-2)}{(1+2)(1+1)(1-0)(1-2)} = -\frac{1}{6}X^4 - \frac{1}{6}X^3 + \frac{2}{3}X^2 + \frac{2}{3}X,$$
$$L_4 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-1)}{(2+2)(2+1)(2-0)(2-1)} = \frac{1}{24}X^4 + \frac{1}{12}X^3 - \frac{1}{24}X^2 - \frac{1}{12}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(2)\,L_4 = 2\,L_0 - 2\,L_1 - 108\,L_2 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{317}{12}X^4 - \frac{1}{3}X^3 + \frac{1595}{12}X^2 + \frac{5}{6}X - 108,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 64. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -19, -3, -1 et 0. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)}{(-19+3)(-19+1)(-19-0)} = -\frac{1}{5472}X^3 - \frac{1}{1368}X^2 - \frac{1}{1824}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+19)(X+1)(X-0)}{(-3+19)(-3+1)(-3-0)} = \frac{1}{96}X^3 + \frac{5}{24}X^2 + \frac{19}{96}X,$$
$$L_2 = \frac{(X+19)(X+3)(X-0)}{(-1+19)(-1+3)(-1-0)} = -\frac{1}{36}X^3 - \frac{11}{18}X^2 - \frac{19}{12}X,$$
$$L_3 = \frac{(X+19)(X+3)(X+1)}{(0+19)(0+3)(0+1)} = \frac{1}{57}X^3 + \frac{23}{57}X^2 + \frac{79}{57}X + 1.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-19)\,L_0 + P(-3)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(0)\,L_3 = -L_0 + L_1 + L_2 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1}{2736}X^3 + \frac{1}{684}X^2 + \frac{1}{912}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 65. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1 et 4. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 6

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-4)}{(0-1)(0-4)} = \frac{1}{4}X^2 - \frac{5}{4}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)(X-4)}{(1-0)(1-4)} = -\frac{1}{3}X^2 + \frac{4}{3}X,$$
$$L_2 = \frac{(X-0)(X-1)}{(4-0)(4-1)} = \frac{1}{12}X^2 - \frac{1}{12}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(0)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(4)\,L_2 = -L_0 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{3}X^2 + \frac{4}{3}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 66. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 1, 2 et 4. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X-2)(X-4)}{(1-2)(1-4)} = \frac{1}{3}X^2 - 2X + \frac{8}{3},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-1)(X-4)}{(2-1)(2-4)} = -\frac{1}{2}X^2 + \frac{5}{2}X - 2,$$

$$L_2 = \frac{(X-1)(X-2)}{(4-1)(4-2)} = \frac{1}{6}X^2 - \frac{1}{2}X + \frac{1}{3}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(1)\,L_0 + P(2)\,L_1 + P(4)\,L_2 = 3\,L_0 - 2\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{2}{3}X^2 - 5X + \frac{22}{3},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 67. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)}{(-3+1)(-3-0)(-3-1)} = -\frac{1}{24}X^3 + \frac{1}{24}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-0)(X-1)}{(-1+3)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{4}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{4}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+3)(X+1)(X-1)}{(0+3)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{3}X^3 - X^2 + \frac{1}{3}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)}{(1+3)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{8}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{3}{8}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 = 6\,L_0 + L_2 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{11}{24}X^3 - \frac{1}{2}X^2 + \frac{23}{24}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 68. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)}{(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-1)}{(0+1)(0-1)} = -X^2 + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-0)}{(1+1)(1-0)} = \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)L_0 + P(0)L_1 + P(1)L_2 = -2L_0 + 4L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = X^2 + 3X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 69. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -3, -1, 0 et 2. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)(X-2)}{(-5+3)(-5+1)(-5-0)(-5-2)} = \frac{1}{280}X^4 + \frac{1}{140}X^3 - \frac{1}{56}X^2 - \frac{3}{140}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X+1)(X-0)(X-2)}{(-3+5)(-3+1)(-3-0)(-3-2)} = -\frac{1}{60}X^4 - \frac{1}{15}X^3 + \frac{7}{60}X^2 + \frac{1}{6}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+3)(X-0)(X-2)}{(-1+5)(-1+3)(-1-0)(-1-2)} = \frac{1}{24}X^4 + \frac{1}{4}X^3 - \frac{1}{24}X^2 - \frac{5}{4}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+5)(X+3)(X+1)(X-2)}{(0+5)(0+3)(0+1)(0-2)} = -\frac{1}{30}X^4 - \frac{7}{30}X^3 - \frac{1}{6}X^2 + \frac{31}{30}X + 1,$$

$$L_4 = \frac{(X+5)(X+3)(X+1)(X-0)}{(2+5)(2+3)(2+1)(2-0)} = \frac{1}{210}X^4 + \frac{3}{70}X^3 + \frac{23}{210}X^2 + \frac{1}{14}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)L_0 + P(-3)L_1 + P(-1)L_2 + P(0)L_3 + P(2)L_4 = 2L_0 + L_1 + 3L_2 + 2L_3 + 4L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{19}{280}X^4 + \frac{169}{420}X^3 + \frac{17}{280}X^2 - \frac{107}{84}X + 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 70. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -4, 0, 1 et 3. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-1)(X-3)}{(-4-0)(-4-1)(-4-3)} = -\frac{1}{140}X^3 + \frac{1}{35}X^2 - \frac{3}{140}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+4)(X-1)(X-3)}{(0+4)(0-1)(0-3)} = \frac{1}{12}X^3 - \frac{13}{12}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+4)(X-0)(X-3)}{(1+4)(1-0)(1-3)} = -\frac{1}{10}X^3 - \frac{1}{10}X^2 + \frac{6}{5}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+4)(X-0)(X-1)}{(3+4)(3-0)(3-1)} = \frac{1}{42}X^3 + \frac{1}{14}X^2 - \frac{2}{21}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-4)L_0 + P(0)L_1 + P(1)L_2 + P(3)L_3 = L_0 - 21L_1 - L_2 - 4L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{184}{105}X^3 - \frac{11}{70}X^2 + \frac{4601}{210}X - 21,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 71. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -1, ← page 7

0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)}{(-3+1)(-3-0)(-3-1)} = -\frac{1}{24}X^3 + \frac{1}{24}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-0)(X-1)}{(-1+3)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{4}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{3}{4}X,$$
$$L_2 = \frac{(X+3)(X+1)(X-1)}{(0+3)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{3}X^3 - X^2 + \frac{1}{3}X + 1,$$
$$L_3 = \frac{(X+3)(X+1)(X-0)}{(1+3)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{8}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{3}{8}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 = -6\,L_1 + L_2 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{47}{24}X^3 - \frac{9}{2}X^2 + \frac{107}{24}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 72. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1, 0 et 1. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)}{(-2+1)(-2-0)(-2-1)} = -\frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{6}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-0)(X-1)}{(-1+2)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{2}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - X,$$
$$L_2 = \frac{(X+2)(X+1)(X-1)}{(0+2)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{2}X^3 - X^2 + \frac{1}{2}X + 1,$$
$$L_3 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)}{(1+2)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{3}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 = -3\,L_0 + L_1 + L_2 + 2\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{5}{6}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{3}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 73. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1, 0, 1 et 5. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-5)}{(-2+1)(-2-0)(-2-1)(-2-5)} = \frac{1}{42}X^4 - \frac{5}{42}X^3 - \frac{1}{42}X^2 + \frac{5}{42}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-0)(X-1)(X-5)}{(-1+2)(-1-0)(-1-1)(-1-5)} = -\frac{1}{12}X^4 + \frac{1}{3}X^3 + \frac{7}{12}X^2 - \frac{5}{6}X,$$
$$L_2 = \frac{(X+2)(X+1)(X-1)(X-5)}{(0+2)(0+1)(0-1)(0-5)} = \frac{1}{10}X^4 - \frac{3}{10}X^3 - \frac{11}{10}X^2 + \frac{3}{10}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-5)}{(1+2)(1+1)(1-0)(1-5)} = -\frac{1}{24}X^4 + \frac{1}{12}X^3 + \frac{13}{24}X^2 + \frac{5}{12}X,$$
$$L_4 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-1)}{(5+2)(5+1)(5-0)(5-1)} = \frac{1}{840}X^4 + \frac{1}{420}X^3 - \frac{1}{840}X^2 - \frac{1}{420}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(5)\,L_4 = 2\,L_0 + 3\,L_2 - L_3 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{163}{420}X^4 - \frac{257}{210}X^3 - \frac{1633}{420}X^2 + \frac{76}{105}X + 3,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 74. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 3, 4 et 18. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X-4)(X-18)}{(3-4)(3-18)} = \frac{1}{15}X^2 - \frac{22}{15}X + \frac{24}{5},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-3)(X-18)}{(4-3)(4-18)} = -\frac{1}{14}X^2 + \frac{3}{2}X - \frac{27}{7},$$
$$L_2 = \frac{(X-3)(X-4)}{(18-3)(18-4)} = \frac{1}{210}X^2 - \frac{1}{30}X + \frac{2}{35}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(3)\,L_0 + P(4)\,L_1 + P(18)\,L_2 = 5\,L_0 + 3\,L_1.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{5}{42}X^2 - \frac{17}{6}X + \frac{87}{7},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 75. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -6, -1, 1 et 23. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 7

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-1)(X-23)}{(-6+1)(-6-1)(-6-23)} = -\frac{1}{1015}X^3 + \frac{23}{1015}X^2 + \frac{1}{1015}X - \frac{23}{1015},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+6)(X-1)(X-23)}{(-1+6)(-1-1)(-1-23)} = \frac{1}{240}X^3 - \frac{3}{40}X^2 - \frac{121}{240}X + \frac{23}{40},$$
$$L_2 = \frac{(X+6)(X+1)(X-23)}{(1+6)(1+1)(1-23)} = -\frac{1}{308}X^3 + \frac{4}{77}X^2 + \frac{155}{308}X + \frac{69}{154},$$
$$L_3 = \frac{(X+6)(X+1)(X-1)}{(23+6)(23+1)(23-1)} = \frac{1}{15312}X^3 + \frac{1}{2552}X^2 - \frac{1}{15312}X - \frac{1}{2552}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-6)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(1)\,L_2 + P(23)\,L_3 = -2\,L_0 - 2\,L_1 - L_2 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{109}{35728}X^3 + \frac{949}{17864}X^2 + \frac{17973}{35728}X - \frac{27745}{17864},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 76. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels ← page 7

-12, -2, -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition :

$$L_0 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-1)}{(-12+2)(-12+1)(-12-0)(-12-1)} = \frac{1}{17160}X^4 + \frac{1}{8580}X^3 - \frac{1}{17160}X^2 - \frac{1}{8580}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+12)(X+1)(X-0)(X-1)}{(-2+12)(-2+1)(-2-0)(-2-1)} = -\frac{1}{60}X^4 - \frac{1}{5}X^3 + \frac{1}{60}X^2 + \frac{1}{5}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+12)(X+2)(X-0)(X-1)}{(-1+12)(-1+2)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{22}X^4 + \frac{13}{22}X^3 + \frac{5}{11}X^2 - \frac{12}{11}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+12)(X+2)(X+1)(X-1)}{(0+12)(0+2)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{24}X^4 - \frac{7}{12}X^3 - \frac{23}{24}X^2 + \frac{7}{12}X + 1,$$

$$L_4 = \frac{(X+12)(X+2)(X+1)(X-0)}{(1+12)(1+2)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{78}X^4 + \frac{5}{26}X^3 + \frac{19}{39}X^2 + \frac{4}{13}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-12)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(0)\,L_3 + P(1)\,L_4 = 46\,L_0 - 3\,L_2 - L_3 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1799}{17160}X^4 - \frac{11809}{8580}X^3 - \frac{15361}{17160}X^2 + \frac{20389}{8580}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 77. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -205, -5, -1 et 29. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+5)(X+1)(X-29)}{(-205+5)(-205+1)(-205-29)} = -\frac{1}{9547200}X^3 + \frac{23}{9547200}X^2 + \frac{13}{734400}X + \frac{29}{1909440},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+205)(X+1)(X-29)}{(-5+205)(-5+1)(-5-29)} = \frac{1}{27200}X^3 + \frac{177}{27200}X^2 - \frac{5769}{27200}X - \frac{1189}{5440},$$

$$L_2 = \frac{(X+205)(X+5)(X-29)}{(-1+205)(-1+5)(-1-29)} = -\frac{1}{24480}X^3 - \frac{181}{24480}X^2 + \frac{1013}{4896}X + \frac{5945}{4896},$$

$$L_3 = \frac{(X+205)(X+5)(X+1)}{(29+205)(29+5)(29+1)} = \frac{1}{238680}X^3 + \frac{211}{238680}X^2 + \frac{19}{3672}X + \frac{205}{47736}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-205)\,L_0 + P(-5)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(29)\,L_3 = -L_0 + L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{19}{4773600}X^3 - \frac{4243}{4773600}X^2 - \frac{1913}{367200}X + \frac{950591}{954720},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 78. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -7, -2, -1 et 12. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+2)(X+1)(X-12)}{(-7+2)(-7+1)(-7-12)} = -\frac{1}{570}X^3 + \frac{3}{190}X^2 + \frac{17}{285}X + \frac{4}{95},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+7)(X+1)(X-12)}{(-2+7)(-2+1)(-2-12)} = \frac{1}{70}X^3 - \frac{2}{35}X^2 - \frac{89}{70}X - \frac{6}{5},$$

$$L_2 = \frac{(X+7)(X+2)(X-12)}{(-1+7)(-1+2)(-1-12)} = -\frac{1}{78}X^3 + \frac{1}{26}X^2 + \frac{47}{39}X + \frac{28}{13},$$
$$L_3 = \frac{(X+7)(X+2)(X+1)}{(12+7)(12+2)(12+1)} = \frac{1}{3458}X^3 + \frac{5}{1729}X^2 + \frac{23}{3458}X + \frac{1}{247}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-7)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(12)\,L_3 = L_0 - L_1 + L_2 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{36}{1235}X^3 + \frac{134}{1235}X^2 + \frac{3124}{1235}X + \frac{4189}{1235},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 79. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -3, -2, 0, 2 et 3. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0, L_2 et L_3 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+2)(X-0)(X-2)(X-3)}{(-3+2)(-3-0)(-3-2)(-3-3)} = \frac{1}{90}X^4 - \frac{1}{30}X^3 - \frac{2}{45}X^2 + \frac{2}{15}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+3)(X-0)(X-2)(X-3)}{(-2+3)(-2-0)(-2-2)(-2-3)} = -\frac{1}{40}X^4 + \frac{1}{20}X^3 + \frac{9}{40}X^2 - \frac{9}{20}X,$$
$$L_2 = \frac{(X+3)(X+2)(X-2)(X-3)}{(0+3)(0+2)(0-2)(0-3)} = \frac{1}{36}X^4 - \frac{13}{36}X^2 + 1,$$
$$L_3 = \frac{(X+3)(X+2)(X-0)(X-3)}{(2+3)(2+2)(2-0)(2-3)} = -\frac{1}{40}X^4 - \frac{1}{20}X^3 + \frac{9}{40}X^2 + \frac{9}{20}X,$$
$$L_4 = \frac{(X+3)(X+2)(X-0)(X-2)}{(3+3)(3+2)(3-0)(3-2)} = \frac{1}{90}X^4 + \frac{1}{30}X^3 - \frac{2}{45}X^2 - \frac{2}{15}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-3)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(2)\,L_3 + P(3)\,L_4 = L_1 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{13}{360}X^4 + \frac{1}{60}X^3 + \frac{97}{360}X^2 - \frac{19}{60}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 80. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -27, -1, 0 et 2. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-2)}{(-27+1)(-27-0)(-27-2)} = -\frac{1}{20358}X^3 + \frac{1}{20358}X^2 + \frac{1}{10179}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+27)(X-0)(X-2)}{(-1+27)(-1-0)(-1-2)} = \frac{1}{78}X^3 + \frac{25}{78}X^2 - \frac{9}{13}X,$$
$$L_2 = \frac{(X+27)(X+1)(X-2)}{(0+27)(0+1)(0-2)} = -\frac{1}{54}X^3 - \frac{13}{27}X^2 + \frac{29}{54}X + 1,$$
$$L_3 = \frac{(X+27)(X+1)(X-0)}{(2+27)(2+1)(2-0)} = \frac{1}{174}X^3 + \frac{14}{87}X^2 + \frac{9}{58}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-27)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(2)\,L_3 = -3\,L_0 + L_1 - L_2 - 2\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{407}{20358}X^3 + \frac{4886}{10179}X^2 - \frac{31351}{20358}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 81. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -4, -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)}{(-4+1)(-4-0)(-4-1)} = -\frac{1}{60}X^3 + \frac{1}{60}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+4)(X-0)(X-1)}{(-1+4)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{2}{3}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+4)(X+1)(X-1)}{(0+4)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{4}X^3 - X^2 + \frac{1}{4}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+4)(X+1)(X-0)}{(1+4)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{10}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{2}{5}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-4)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 = -522\,L_0 - 2\,L_1 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{517}{60}X^3 - \frac{457}{60}X - 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 82. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -16, -2 et 1. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+2)(X-1)}{(-16+2)(-16-1)} = \frac{1}{238}X^2 + \frac{1}{238}X - \frac{1}{119},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+16)(X-1)}{(-2+16)(-2-1)} = -\frac{1}{42}X^2 - \frac{5}{14}X + \frac{8}{21},$$

$$L_2 = \frac{(X+16)(X+2)}{(1+16)(1+2)} = \frac{1}{51}X^2 + \frac{6}{17}X + \frac{32}{51}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-16)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(1)\,L_2 = L_0 + L_1 - 2\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{17}X^2 - \frac{18}{17}X - \frac{15}{17},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 83. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -7, -3, -2 et 2. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+3)(X+2)(X-2)}{(-7+3)(-7+2)(-7-2)} = -\frac{1}{180}X^3 - \frac{1}{60}X^2 + \frac{1}{45}X + \frac{1}{15},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+7)(X+2)(X-2)}{(-3+7)(-3+2)(-3-2)} = \frac{1}{20}X^3 + \frac{7}{20}X^2 - \frac{1}{5}X - \frac{7}{5},$$

$$L_2 = \frac{(X+7)(X+3)(X-2)}{(-2+7)(-2+3)(-2-2)} = -\frac{1}{20}X^3 - \frac{2}{5}X^2 - \frac{1}{20}X + \frac{21}{10},$$
$$L_3 = \frac{(X+7)(X+3)(X+2)}{(2+7)(2+3)(2+2)} = \frac{1}{180}X^3 + \frac{1}{15}X^2 + \frac{41}{180}X + \frac{7}{30}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-7)\,L_0 + P(-3)\,L_1 + P(-2)\,L_2 + P(2)\,L_3 = -11\,L_0 + 29\,L_1 + 13\,L_2 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{13}{15}X^3 + \frac{26}{5}X^2 - \frac{97}{15}X - \frac{69}{5},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 84. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -42, -26, -4, -1 et 0. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_4 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+26)(X+4)(X+1)(X-0)}{(-42+26)(-42+4)(-42+1)(-42-0)} = \frac{1}{1046976}X^4 + \frac{31}{1046976}X^3 + \frac{67}{523488}X^2 + \frac{13}{130872}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+42)(X+4)(X+1)(X-0)}{(-26+42)(-26+4)(-26+1)(-26-0)} = -\frac{1}{228800}X^4 - \frac{47}{228800}X^3 - \frac{107}{114400}X^2 - \frac{21}{28600}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+42)(X+26)(X+1)(X-0)}{(-4+42)(-4+26)(-4+1)(-4-0)} = \frac{1}{10032}X^4 + \frac{23}{3344}X^3 + \frac{145}{1254}X^2 + \frac{91}{836}X,$$
$$L_3 = \frac{(X+42)(X+26)(X+4)(X-0)}{(-1+42)(-1+26)(-1+4)(-1-0)} = -\frac{1}{3075}X^4 - \frac{24}{1025}X^3 - \frac{1364}{3075}X^2 - \frac{1456}{1025}X,$$
$$L_4 = \frac{(X+42)(X+26)(X+4)(X+1)}{(0+42)(0+26)(0+4)(0+1)} = \frac{1}{4368}X^4 + \frac{73}{4368}X^3 + \frac{359}{1092}X^2 + \frac{1433}{1092}X + 1.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-42)\,L_0 + P(-26)\,L_1 + P(-4)\,L_2 + P(-1)\,L_3 + P(0)\,L_4 = L_0 + L_2 + 2\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{2777}{5051200}X^4 - \frac{604957}{15153600}X^3 - \frac{1948239}{2525600}X^2 - \frac{5175001}{1894200}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 85. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -1, 0 et 1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)}{(-5+1)(-5-0)(-5-1)} = -\frac{1}{120}X^3 + \frac{1}{120}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X-0)(X-1)}{(-1+5)(-1-0)(-1-1)} = \frac{1}{8}X^3 + \frac{1}{2}X^2 - \frac{5}{8}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+1)(X-1)}{(0+5)(0+1)(0-1)} = -\frac{1}{5}X^3 - X^2 + \frac{1}{5}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+5)(X+1)(X-0)}{(1+5)(1+1)(1-0)} = \frac{1}{12}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{5}{12}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 = -L_0 + L_2 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{11}{40}X^3 - \frac{3}{2}X^2 - \frac{9}{40}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 86. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -6, 1, 4, 7 et 14. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0 et L_4 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-4)(X-7)(X-14)}{(-6-1)(-6-4)(-6-7)(-6-14)} = \frac{1}{18200}X^4 - \frac{1}{700}X^3 + \frac{207}{18200}X^2 - \frac{41}{1300}X + \frac{7}{325},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+6)(X-4)(X-7)(X-14)}{(1+6)(1-4)(1-7)(1-14)} = -\frac{1}{1638}X^4 + \frac{19}{1638}X^3 - \frac{16}{819}X^2 - \frac{50}{117}X + \frac{56}{39},$$

$$L_2 = \frac{(X+6)(X-1)(X-7)(X-14)}{(4+6)(4-1)(4-7)(4-14)} = \frac{1}{900}X^4 - \frac{4}{225}X^3 - \frac{13}{900}X^2 + \frac{154}{225}X - \frac{49}{75},$$

$$L_3 = \frac{(X+6)(X-1)(X-4)(X-14)}{(7+6)(7-1)(7-4)(7-14)} = -\frac{1}{1638}X^4 + \frac{1}{126}X^3 + \frac{20}{819}X^2 - \frac{194}{819}X + \frac{8}{39},$$

$$L_4 = \frac{(X+6)(X-1)(X-4)(X-7)}{(14+6)(14-1)(14-4)(14-7)} = \frac{1}{18200}X^4 - \frac{3}{9100}X^3 - \frac{33}{18200}X^2 + \frac{103}{9100}X - \frac{3}{325}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-6)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(4)\,L_2 + P(7)\,L_3 + P(14)\,L_4 = -L_1 - L_2 + L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{900}X^4 + \frac{289}{20475}X^3 + \frac{4783}{81900}X^2 - \frac{778}{1575}X - \frac{563}{975},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 87. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -42, -31, -23, -3 et -1. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0, L_1 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 8

$$L_0 = \frac{(X+31)(X+23)(X+3)(X+1)}{(-42+31)(-42+23)(-42+3)(-42+1)} = \frac{1}{334191}X^4 + \frac{58}{334191}X^3 + \frac{932}{334191}X^2 + \frac{274}{30381}X + \frac{713}{111397},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+42)(X+23)(X+3)(X+1)}{(-31+42)(-31+23)(-31+3)(-31+1)} = -\frac{1}{73920}X^4 - \frac{23}{24640}X^3 - \frac{1229}{73920}X^2 - \frac{123}{2240}X - \frac{69}{1760},$$

$$L_2 = \frac{(X+42)(X+31)(X+3)(X+1)}{(-23+42)(-23+31)(-23+3)(-23+1)} = \frac{1}{66880}X^4 + \frac{7}{6080}X^3 + \frac{1597}{66880}X^2 + \frac{5427}{66880}X + \frac{1953}{33440},$$

$$L_3 = \frac{(X+42)(X+31)(X+23)(X+1)}{(-3+42)(-3+31)(-3+23)(-3+1)} = -\frac{1}{43680}X^4 - \frac{97}{43680}X^3 - \frac{3077}{43680}X^2 - \frac{32927}{43680}X - \frac{713}{1040},$$

$$L_4 = \frac{(X+42)(X+31)(X+23)(X+3)}{(-1+42)(-1+31)(-1+23)(-1+3)} = \frac{1}{54120}X^4 + \frac{3}{1640}X^3 + \frac{3269}{54120}X^2 + \frac{12963}{18040}X + \frac{14973}{9020}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-42)\, L_0 + P(-31)\, L_1 + P(-23)\, L_2 + P(-3)\, L_3 + P(-1)\, L_4 = -L_3 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{29}{6566560}X^4 + \frac{701}{1790880}X^3 + \frac{65937}{6566560}X^2 + \frac{694481}{19699680}X - \frac{457033}{469040},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 88. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -7, -5, 0, 1 et 2. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+5)(X-0)(X-1)(X-2)}{(-7+5)(-7-0)(-7-1)(-7-2)} = \frac{1}{1008}X^4 + \frac{1}{504}X^3 - \frac{13}{1008}X^2 + \frac{5}{504}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+7)(X-0)(X-1)(X-2)}{(-5+7)(-5-0)(-5-1)(-5-2)} = -\frac{1}{420}X^4 - \frac{1}{105}X^3 + \frac{19}{420}X^2 - \frac{1}{30}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+7)(X+5)(X-1)(X-2)}{(0+7)(0+5)(0-1)(0-2)} = \frac{1}{70}X^4 + \frac{9}{70}X^3 + \frac{1}{70}X^2 - \frac{81}{70}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+7)(X+5)(X-0)(X-2)}{(1+7)(1+5)(1-0)(1-2)} = -\frac{1}{48}X^4 - \frac{5}{24}X^3 - \frac{11}{48}X^2 + \frac{35}{24}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+7)(X+5)(X-0)(X-1)}{(2+7)(2+5)(2-0)(2-1)} = \frac{1}{126}X^4 + \frac{11}{126}X^3 + \frac{23}{126}X^2 - \frac{5}{18}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-7)\, L_0 + P(-5)\, L_1 + P(0)\, L_2 + P(1)\, L_3 + P(2)\, L_4 = 2\, L_0 - 2\, L_1 + L_3 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{37}{1680}X^4 - \frac{229}{840}X^3 - \frac{887}{1680}X^2 + \frac{1531}{840}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 89. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -20, -3, 0, 1 et 4. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+3)(X-0)(X-1)(X-4)}{(-20+3)(-20-0)(-20-1)(-20-4)} = \frac{1}{171360}X^4 - \frac{1}{85680}X^3 - \frac{11}{171360}X^2 + \frac{1}{14280}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+20)(X-0)(X-1)(X-4)}{(-3+20)(-3-0)(-3-1)(-3-4)} = -\frac{1}{1428}X^4 - \frac{5}{476}X^3 + \frac{8}{119}X^2 - \frac{20}{357}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+20)(X+3)(X-1)(X-4)}{(0+20)(0+3)(0-1)(0-4)} = \frac{1}{240}X^4 + \frac{3}{40}X^3 - \frac{17}{80}X^2 - \frac{13}{15}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+20)(X+3)(X-0)(X-4)}{(1+20)(1+3)(1-0)(1-4)} = -\frac{1}{252}X^4 - \frac{19}{252}X^3 + \frac{8}{63}X^2 + \frac{20}{21}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+20)(X+3)(X-0)(X-1)}{(4+20)(4+3)(4-0)(4-1)} = \frac{1}{2016}X^4 + \frac{11}{1008}X^3 + \frac{37}{2016}X^2 - \frac{5}{168}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-20)\,L_0 + P(-3)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(4)\,L_4 = L_0 + 3\,L_1 + L_2 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{3}{1904}X^4 + \frac{31}{952}X^3 - \frac{167}{5712}X^2 - \frac{205}{204}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 90. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -5, -1, 0, 1 et 6. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0, L_2 et L_4 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-6)}{(-5+1)(-5-0)(-5-1)(-5-6)} = \frac{1}{1320}X^4 - \frac{1}{220}X^3 - \frac{1}{1320}X^2 + \frac{1}{220}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+5)(X-0)(X-1)(X-6)}{(-1+5)(-1-0)(-1-1)(-1-6)} = -\frac{1}{56}X^4 + \frac{1}{28}X^3 + \frac{29}{56}X^2 - \frac{15}{28}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+5)(X+1)(X-1)(X-6)}{(0+5)(0+1)(0-1)(0-6)} = \frac{1}{30}X^4 - \frac{1}{30}X^3 - \frac{31}{30}X^2 + \frac{1}{30}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+5)(X+1)(X-0)(X-6)}{(1+5)(1+1)(1-0)(1-6)} = -\frac{1}{60}X^4 + \frac{31}{60}X^2 + \frac{1}{2}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+5)(X+1)(X-0)(X-1)}{(6+5)(6+1)(6-0)(6-1)} = \frac{1}{2310}X^4 + \frac{1}{462}X^3 - \frac{1}{2310}X^2 - \frac{1}{462}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-5)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(6)\,L_4 = L_1 + 9\,L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{47}{280}X^4 + \frac{1}{28}X^3 + \frac{1447}{280}X^2 + \frac{111}{28}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 91. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -4, 0 et 16. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 et L_2 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-16)}{(-4-0)(-4-16)} = \frac{1}{80}X^2 - \frac{1}{5}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+4)(X-16)}{(0+4)(0-16)} = -\frac{1}{64}X^2 + \frac{3}{16}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+4)(X-0)}{(16+4)(16-0)} = \frac{1}{320}X^2 + \frac{1}{80}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-4)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(16)\,L_2 = L_0.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1}{80}X^2 - \frac{1}{5}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 92. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, 0, 3 et 102. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X-0)(X-3)(X-102)}{(-2-0)(-2-3)(-2-102)} = -\frac{1}{1040}X^3 + \frac{21}{208}X^2 - \frac{153}{520}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)(X-3)(X-102)}{(0+2)(0-3)(0-102)} = \frac{1}{612}X^3 - \frac{103}{612}X^2 + \frac{8}{51}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)(X-0)(X-102)}{(3+2)(3-0)(3-102)} = -\frac{1}{1485}X^3 + \frac{20}{297}X^2 + \frac{68}{495}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+2)(X-0)(X-3)}{(102+2)(102-0)(102-3)} = \frac{1}{1050192}X^3 - \frac{1}{1050192}X^2 - \frac{1}{175032}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-2)\,L_0 + P(0)\,L_1 + P(3)\,L_2 + P(102)\,L_3 = L_0 + 8\,L_1 - L_2 - L_3.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{113}{8840}X^3 - \frac{2321}{1768}X^2 + \frac{3639}{4420}X + 8,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 93. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels 0, 1, 2, 5 et 6. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_3 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X-1)(X-2)(X-5)(X-6)}{(0-1)(0-2)(0-5)(0-6)} = \frac{1}{60}X^4 - \frac{7}{30}X^3 + \frac{13}{12}X^2 - \frac{28}{15}X + 1,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X-0)(X-2)(X-5)(X-6)}{(1-0)(1-2)(1-5)(1-6)} = -\frac{1}{20}X^4 + \frac{13}{20}X^3 - \frac{13}{5}X^2 + 3X,$$

$$L_2 = \frac{(X-0)(X-1)(X-5)(X-6)}{(2-0)(2-1)(2-5)(2-6)} = \frac{1}{24}X^4 - \frac{1}{2}X^3 + \frac{41}{24}X^2 - \frac{5}{4}X,$$

$$L_3 = \frac{(X-0)(X-1)(X-2)(X-6)}{(5-0)(5-1)(5-2)(5-6)} = -\frac{1}{60}X^4 + \frac{3}{20}X^3 - \frac{1}{3}X^2 + \frac{1}{5}X,$$

$$L_4 = \frac{(X-0)(X-1)(X-2)(X-5)}{(6-0)(6-1)(6-2)(6-5)} = \frac{1}{120}X^4 - \frac{1}{15}X^3 + \frac{17}{120}X^2 - \frac{1}{12}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(0)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(2)\,L_2 + P(5)\,L_3 + P(6)\,L_4 = L_0 + L_1 - 15\,L_2 - L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{2}{3}X^4 + \frac{479}{60}X^3 - \frac{1637}{60}X^2 + \frac{599}{30}X + 1,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 94. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -6, -2, -1, 0 et 12. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_1 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+2)(X+1)(X-0)(X-12)}{(-6+2)(-6+1)(-6-0)(-6-12)} = \frac{1}{2160}X^4 - \frac{1}{240}X^3 - \frac{17}{1080}X^2 - \frac{1}{90}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+6)(X+1)(X-0)(X-12)}{(-2+6)(-2+1)(-2-0)(-2-12)} = -\frac{1}{112}X^4 + \frac{5}{112}X^3 + \frac{39}{56}X^2 + \frac{9}{14}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+6)(X+2)(X-0)(X-12)}{(-1+6)(-1+2)(-1-0)(-1-12)} = \frac{1}{65}X^4 - \frac{4}{65}X^3 - \frac{84}{65}X^2 - \frac{144}{65}X,$$

$$L_3 = \frac{(X+6)(X+2)(X+1)(X-12)}{(0+6)(0+2)(0+1)(0-12)} = -\frac{1}{144}X^4 + \frac{1}{48}X^3 + \frac{11}{18}X^2 + \frac{19}{12}X + 1,$$

$$L_4 = \frac{(X+6)(X+2)(X+1)(X-0)}{(12+6)(12+2)(12+1)(12-0)} = \frac{1}{39312}X^4 + \frac{1}{4368}X^3 + \frac{5}{9828}X^2 + \frac{1}{3276}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-6)\,L_0 + P(-2)\,L_1 + P(-1)\,L_2 + P(0)\,L_3 + P(12)\,L_4 = -2\,L_0 + 2\,L_2 - 2\,L_3 - 4\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{536}{12285}X^4 - \frac{859}{5460}X^3 - \frac{185621}{49140}X^2 - \frac{62051}{8190}X - 2,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 95. Soit $(L_0, L_1, L_2, L_3, L_4)$ la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -12, -1, 0, 1 et 7. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_2 explicitement, puisqu'il sera multiplié par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-0)(X-1)(X-7)}{(-12+1)(-12-0)(-12-1)(-12-7)} = \frac{1}{32604}X^4 - \frac{7}{32604}X^3 - \frac{1}{32604}X^2 + \frac{7}{32604}X,$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+12)(X-0)(X-1)(X-7)}{(-1+12)(-1-0)(-1-1)(-1-7)} = -\frac{1}{176}X^4 - \frac{1}{44}X^3 + \frac{89}{176}X^2 - \frac{21}{44}X,$$

$$L_2 = \frac{(X+12)(X+1)(X-1)(X-7)}{(0+12)(0+1)(0-1)(0-7)} = \frac{1}{84}X^4 + \frac{5}{84}X^3 - \frac{85}{84}X^2 - \frac{5}{84}X + 1,$$

$$L_3 = \frac{(X+12)(X+1)(X-0)(X-7)}{(1+12)(1+1)(1-0)(1-7)} = -\frac{1}{156}X^4 - \frac{1}{26}X^3 + \frac{79}{156}X^2 + \frac{7}{13}X,$$

$$L_4 = \frac{(X+12)(X+1)(X-0)(X-1)}{(7+12)(7+1)(7-0)(7-1)} = \frac{1}{6384}X^4 + \frac{1}{532}X^3 - \frac{1}{6384}X^2 - \frac{1}{532}X.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-12)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(0)\,L_2 + P(1)\,L_3 + P(7)\,L_4 = -L_0 + 1037\,L_1 + 6\,L_3 + 5\,L_4.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{112778}{19019}X^4 - \frac{5429393}{228228}X^3 + \frac{20062373}{38038}X^2 - \frac{112222141}{228228}X,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 96. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -9, -1 et 6. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-6)}{(-9+1)(-9-6)} = \frac{1}{120}X^2 - \frac{1}{24}X - \frac{1}{20},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+9)(X-6)}{(-1+9)(-1-6)} = -\frac{1}{56}X^2 - \frac{3}{56}X + \frac{27}{28},$$

$$L_2 = \frac{(X+9)\,(X+1)}{(6+9)\,(6+1)} = \frac{1}{105}X^2 + \frac{2}{21}X + \frac{3}{35}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-9)\,L_0 + P\,(-1)\,L_1 + P\,(6)\,L_2 = -L_0 - 2\,L_1 - 2\,L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{1}{120}X^2 - \frac{1}{24}X - \frac{41}{20},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 97. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -2, -1 et 1. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+1)\,(X-1)}{(-2+1)\,(-2-1)} = \frac{1}{3}X^2 - \frac{1}{3},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+2)\,(X-1)}{(-1+2)\,(-1-1)} = -\frac{1}{2}X^2 - \frac{1}{2}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+2)\,(X+1)}{(1+2)\,(1+1)} = \frac{1}{6}X^2 + \frac{1}{2}X + \frac{1}{3}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-2)\,L_0 + P\,(-1)\,L_1 + P\,(1)\,L_2 = -L_0 - 2\,L_1 + L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{5}{6}X^2 + \frac{3}{2}X - \frac{4}{3},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 98. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -19, -3 et 7. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 9

$$L_0 = \frac{(X+3)\,(X-7)}{(-19+3)\,(-19-7)} = \frac{1}{416}X^2 - \frac{1}{104}X - \frac{21}{416},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+19)\,(X-7)}{(-3+19)\,(-3-7)} = -\frac{1}{160}X^2 - \frac{3}{40}X + \frac{133}{160},$$

$$L_2 = \frac{(X+19)\,(X+3)}{(7+19)\,(7+3)} = \frac{1}{260}X^2 + \frac{11}{130}X + \frac{57}{260}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P\,(-19)\,L_0 + P\,(-3)\,L_1 + P\,(7)\,L_2 = 6\,L_0 + L_1 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{9}{2080}X^2 - \frac{113}{520}X + \frac{643}{2080},$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 99. Soit (L_0, L_1, L_2, L_3) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -1, 1, 3 et 4. (On s'en rendra compte en calculant P ensuite : il est totalement superflu de calculer L_0, L_2 et L_3 explicitement, puisqu'ils seront multipliés par zéro ; je le fais ci-dessous uniquement parce que vous comprendrez peut-être mieux comment sont calculés les polynômes interpolateurs si je les écris tous...) On rappelle qu'on a, par définition : ← page 10

$$L_0 = \frac{(X-1)\,(X-3)\,(X-4)}{(-1-1)\,(-1-3)\,(-1-4)} = -\frac{1}{40}X^3 + \frac{1}{5}X^2 - \frac{19}{40}X + \frac{3}{10},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+1)(X-3)(X-4)}{(1+1)(1-3)(1-4)} = \frac{1}{12}X^3 - \frac{1}{2}X^2 + \frac{5}{12}X + 1,$$

$$L_2 = \frac{(X+1)(X-1)(X-4)}{(3+1)(3-1)(3-4)} = -\frac{1}{8}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{8}X - \frac{1}{2},$$

$$L_3 = \frac{(X+1)(X-1)(X-3)}{(4+1)(4-1)(4-3)} = \frac{1}{15}X^3 - \frac{1}{5}X^2 - \frac{1}{15}X + \frac{1}{5}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-1)\,L_0 + P(1)\,L_1 + P(3)\,L_2 + P(4)\,L_3 = 38\,L_1.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = \frac{19}{6}X^3 - 19X^2 + \frac{95}{6}X + 38,$$

qui répond à la question posée.

Corrigé 100. Soit (L_0, L_1, L_2) la famille des polynômes interpolateurs de Lagrange associés aux réels -23, -1 et 4. On rappelle qu'on a, par définition : ← page 10

$$L_0 = \frac{(X+1)(X-4)}{(-23+1)(-23-4)} = \frac{1}{594}X^2 - \frac{1}{198}X - \frac{2}{297},$$

et de même :

$$L_1 = \frac{(X+23)(X-4)}{(-1+23)(-1-4)} = -\frac{1}{110}X^2 - \frac{19}{110}X + \frac{46}{55},$$

$$L_2 = \frac{(X+23)(X+1)}{(4+23)(4+1)} = \frac{1}{135}X^2 + \frac{8}{45}X + \frac{23}{135}.$$

On sait alors que le polynôme P vérifiant les conditions de l'énoncé s'écrit :

$$P = P(-23)\,L_0 + P(-1)\,L_1 + P(4)\,L_2 = -L_0 + L_1 - L_2.$$

On remplace les polynômes interpolateurs de Lagrange par leurs expressions calculées ci-dessus, et après simplifications on obtient :

$$P = -\frac{1}{55}X^2 - \frac{19}{55}X + \frac{37}{55},$$

qui répond à la question posée.