Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt

Exercice de base sur l'algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt dans $\mathbb{R}^3$.

Exercice 1. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 8

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((4,\ -2,\ -1), (1,\ -3,\ -1), (0,\ -1,\ 1)).$$

Exercice 2. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 8

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ 3), (-3,\ 0,\ -2), (-1,\ -1,\ -1)).$$

Exercice 3. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 8

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-5,\ 2,\ 0), (-3,\ 0,\ -3), (1,\ 0,\ -1)).$$

Exercice 4. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 8

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((3,\ -4,\ 1), (-1,\ -1,\ 1), (-1,\ 0,\ -1)).$$

Exercice 5. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 9

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 1,\ -1), (10,\ -5,\ 0), (1,\ 2,\ -1)).$$

Exercice 6. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 9

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ 0), (0,\ 0,\ -1), (2,\ -1,\ 1)).$$

Exercice 7. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 9

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 0,\ -1), (0,\ 0,\ -3), (-1,\ -1,\ -1)).$$

Exercice 8. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 9

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 5,\ 2), (2,\ -1,\ 0), (0,\ -2,\ 0)).$$

Exercice 9. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 10

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((3,\ -1,\ 3), (1,\ -1,\ 8), (-4,\ 1,\ -6)).$$

Exercice 10. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 10

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((3,\ -1,\ 1), (7,\ -1,\ 0), (0,\ -1,\ 1)).$$

Exercice 11. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 10

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ -7), (-1,\ -2,\ 0), (1,\ 2,\ -1)).$$

Exercice 12. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 11

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((3,\ -1,\ 1), (-1,\ -2,\ -2), (-2,\ 0,\ -1)).$$

Exercice 13. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 11

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ 1), (-7,\ 0,\ 1), (2,\ -1,\ 1)).$$

Exercice 14. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 11

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 0,\ 0), (0,\ 1,\ -1), (3,\ -1,\ 0)).$$

Exercice 15. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 11

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-3,\ -1,\ 0)\,, (1,\ 2,\ 2)\,, (0,\ 0,\ 2))\,.$$

Exercice 16. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 12

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 1,\ -1)\,, (-1,\ 0,\ -2)\,, (1,\ 3,\ 0))\,.$$

Exercice 17. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 12

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 2,\ -5)\,, (0,\ 0,\ 1)\,, (3,\ 1,\ 3))\,.$$

Exercice 18. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 12

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ 0)\,, (0,\ 2,\ -2)\,, (1,\ -2,\ 0))\,.$$

Exercice 19. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 13

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ -1)\,, (1,\ 1,\ -1)\,, (1,\ 5,\ 2))\,.$$

Exercice 20. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 13

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 1,\ 0)\,, (2,\ -1,\ 1)\,, (-1,\ 20,\ -2))\,.$$

Exercice 21. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 13

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 2,\ 4)\,, (-1,\ -1,\ 0)\,, (-1,\ 1,\ 0))\,.$$

Exercice 22. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 13

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 0,\ 2)\,, (0,\ -1,\ -4)\,, (1,\ 0,\ -14))\,.$$

Exercice 23. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 14

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -2,\ 14)\,, (1,\ 0,\ -17)\,, (-1,\ 1,\ 2))\,.$$

Exercice 24. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 14

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ 1)\,, (0,\ 1,\ 1)\,, (4,\ -3,\ -2))\,.$$

Exercice 25. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 14

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -3,\ -1)\,, (1,\ -2,\ 0)\,, (1,\ -1,\ 0))\,.$$

Exercice 26. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 15

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 1,\ 1)\,, (2,\ 3,\ 1)\,, (-2,\ 1,\ 0))\,.$$

Exercice 27. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 15

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((5,\ 7,\ 0)\,, (1,\ 0,\ -2)\,, (0,\ 1,\ 1))\,.$$

Exercice 28. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 15

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 0,\ -1)\,, (2,\ 1,\ 7)\,, (-1,\ -2,\ -1))\,.$$

Exercice 29. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 15

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ -1,\ -1)\,, (1,\ 0,\ -1)\,, (1,\ -4,\ 1))\,.$$

Exercice 30. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 16

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ 2,\ -1), (2,\ 0,\ 0), (1,\ 0,\ -1)).$$

Exercice 31. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 16

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 0,\ 1), (-5,\ 1,\ 0), (-2,\ -1,\ 0)).$$

Exercice 32. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 16

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ -1,\ -2), (0,\ -1,\ 1), (1,\ 0,\ 0)).$$

Exercice 33. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 17

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-3,\ -2,\ 1), (3,\ 1,\ -1), (2,\ -1,\ 0)).$$

Exercice 34. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 17

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ -2,\ 3), (-1,\ -1,\ -1), (2,\ -1,\ 3)).$$

Exercice 35. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 17

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-3,\ -1,\ 0), (-2,\ 2,\ 1), (-1,\ 3,\ 0)).$$

Exercice 36. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 17

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 1,\ 3), (0,\ 0,\ -1), (-4,\ -1,\ 0)).$$

Exercice 37. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 18

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 0,\ -3), (1,\ -2,\ -2), (1,\ 2,\ 0)).$$

Exercice 38. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 18

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 1,\ 1), (1,\ -1,\ 4), (0,\ 2,\ 0)).$$

Exercice 39. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 18

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ 1,\ 3), (1,\ 0,\ 1), (1,\ 1,\ -2)).$$

Exercice 40. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 19

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ -2,\ 0), (19,\ -1,\ 1), (-1,\ 1,\ 0)).$$

Exercice 41. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 19

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 4,\ -1), (0,\ 2,\ 0), (-4,\ -1,\ -4)).$$

Exercice 42. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 19

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((4,\ 3,\ 3), (8,\ 1,\ -1), (1,\ 0,\ -1)).$$

Exercice 43. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 19

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ 1), (-11,\ -4,\ -4), (2,\ -1,\ 1)).$$

Exercice 44. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 20

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-5,\ 0,\ -1), (-1,\ 1,\ -1), (-1,\ 0,\ 3)).$$

Exercice 45. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 20

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 0,\ -3)\,, (-1,\ 1,\ -1)\,, (10,\ -8,\ 1))\,.$$

Exercice 46. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 20

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((6,\ 1,\ -1)\,, (-7,\ -1,\ 1)\,, (0,\ -2,\ 0))\,.$$

Exercice 47. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 21

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ 1,\ 0)\,, (-15,\ 0,\ 0)\,, (-105,\ 1,\ 1))\,.$$

Exercice 48. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 21

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ -1,\ 0)\,, (-1,\ 1,\ 1)\,, (1,\ 2,\ -1))\,.$$

Exercice 49. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 21

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 2,\ -2)\,, (0,\ 1,\ -4)\,, (-1,\ 1,\ -1))\,.$$

Exercice 50. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 21

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ 0)\,, (-1,\ 11,\ 2)\,, (2,\ -1,\ 1))\,.$$

Exercice 51. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 22

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ -11,\ 0)\,, (0,\ 5,\ 0)\,, (3,\ 1,\ -1))\,.$$

Exercice 52. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 22

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ 1)\,, (1,\ 2,\ -3)\,, (2,\ 1,\ 4))\,.$$

Exercice 53. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 22

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 4,\ 0)\,, (2,\ 2,\ 1)\,, (0,\ 2,\ 1))\,.$$

Exercice 54. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 23

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((2,\ -2,\ 0)\,, (18,\ -26,\ 1)\,, (-1,\ 2,\ -1))\,.$$

Exercice 55. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 23

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 1,\ 0)\,, (3,\ -10,\ -1)\,, (2,\ -1,\ 0))\,.$$

Exercice 56. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 23

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-3,\ 1,\ 1)\,, (0,\ 3,\ -1)\,, (-1,\ -1,\ 1))\,.$$

Exercice 57. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 23

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 2,\ 0)\,, (3,\ -1,\ -1)\,, (1,\ 1,\ -1))\,.$$

Exercice 58. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 24

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ 0)\,, (-7,\ -1,\ 0)\,, (1,\ -2,\ -1))\,.$$

Exercice 59. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 24

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 0,\ -1)\,, (-2,\ -1,\ -3)\,, (1,\ 1,\ -1))\,.$$

Exercice 60. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 24
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 0,\ 0), (2,\ 1,\ -1), (3,\ 0,\ 3)).$$

Exercice 61. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 25
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((6,\ 0,\ 1), (-2,\ -3,\ 0), (-3,\ 1,\ 0)).$$

Exercice 62. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 25
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ -2,\ 1), (-1,\ 0,\ -1), (0,\ 1,\ -1)).$$

Exercice 63. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 25
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ 1), (1,\ 0,\ -1), (-1,\ -1,\ -3)).$$

Exercice 64. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 25
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -2,\ 0), (-5,\ 1,\ 0), (2,\ 7,\ 1)).$$

Exercice 65. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 26
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-3,\ -4,\ 0), (1,\ 0,\ -1), (2,\ 1,\ 0)).$$

Exercice 66. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 26
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((5,\ -2,\ 1), (1,\ 1,\ 1), (-1,\ 0,\ -1)).$$

Exercice 67. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 26
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 0,\ 2), (-1,\ 0,\ -2), (-2,\ -1,\ 1)).$$

Exercice 68. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 27
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 0,\ -3), (-1,\ 1,\ 1), (2,\ 1,\ 1)).$$

Exercice 69. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 27
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 1,\ -1), (2,\ 1,\ -1), (1,\ 0,\ 2)).$$

Exercice 70. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 27
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ -2,\ 2), (1,\ -1,\ -1), (-1,\ -1,\ -2)).$$

Exercice 71. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 27
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 0,\ 2), (3,\ -1,\ 0), (-1,\ 1,\ 3)).$$

Exercice 72. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 28
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -3,\ 1), (0,\ -1,\ -1), (1,\ -1,\ 1)).$$

Exercice 73. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 28
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -2,\ 2), (2,\ 0,\ -2), (0,\ -1,\ -1)).$$

Exercice 74. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 28
$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ 3), (-2,\ 2,\ 7), (-1,\ -1,\ 3)).$$

Exercice 75. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 29

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((2,\ -1,\ 0)\,, (-2,\ 0,\ 1)\,, (0,\ 1,\ 0))\,.$$

Exercice 76. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 29

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 1,\ -3)\,, (-2,\ -2,\ 1)\,, (1,\ 0,\ 1))\,.$$

Exercice 77. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 29

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 1,\ 0)\,, (-1,\ -1,\ -1)\,, (1,\ -3,\ -2))\,.$$

Exercice 78. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 29

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 1,\ 0)\,, (0,\ -7,\ 1)\,, (-1,\ 3,\ -2))\,.$$

Exercice 79. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 30

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 1,\ 1)\,, (2,\ 0,\ 1)\,, (0,\ 1,\ -1))\,.$$

Exercice 80. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 30

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ -1)\,, (1,\ -2,\ 3)\,, (2,\ 1,\ 5))\,.$$

Exercice 81. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 30

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((5,\ 1,\ 1)\,, (0,\ -2,\ 0)\,, (-1,\ 2,\ 0))\,.$$

Exercice 82. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 31

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 2,\ 1)\,, (-1,\ -2,\ 2)\,, (-1,\ -1,\ 0))\,.$$

Exercice 83. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 31

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ 1,\ -4)\,, (-1,\ -1,\ -3)\,, (-1,\ -1,\ 0))\,.$$

Exercice 84. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 31

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-3,\ -1,\ 0)\,, (1,\ 1,\ 6)\,, (0,\ 1,\ 2))\,.$$

Exercice 85. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 31

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -4,\ 3)\,, (1,\ -2,\ -14)\,, (0,\ 1,\ -3))\,.$$

Exercice 86. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 32

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ -1,\ 1)\,, (1,\ 1,\ -4)\,, (1,\ 0,\ -1))\,.$$

Exercice 87. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 32

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ 2,\ 4)\,, (1,\ -2,\ -1)\,, (-1,\ 0,\ 2))\,.$$

Exercice 88. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 32

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 37,\ -3)\,, (3,\ -1,\ 0)\,, (1,\ 0,\ 0))\,.$$

Exercice 89. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 33

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ -1,\ 3)\,, (1,\ 1,\ -1)\,, (-1,\ -4,\ 1))\,.$$

Exercice 90. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 33

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -5,\ -1)\,, (2,\ 1,\ 0)\,, (-2,\ -1,\ -1))\,.$$

Exercice 91. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 33

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 0,\ -1)\,, (1,\ 1,\ -23)\,, (-6,\ 0,\ -1))\,.$$

Exercice 92. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 33

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ -1,\ 2)\,, (1,\ 2,\ -1)\,, (-1,\ 4,\ -1))\,.$$

Exercice 93. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 34

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-1,\ 1,\ -1)\,, (1,\ 3,\ 1)\,, (2,\ -2,\ -1))\,.$$

Exercice 94. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 34

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ 1,\ 0)\,, (0,\ -1,\ -1)\,, (-1,\ -161,\ 0))\,.$$

Exercice 95. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 34

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((2,\ 1,\ 0)\,, (-3,\ 1,\ 0)\,, (2,\ 1,\ 2))\,.$$

Exercice 96. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 35

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 0,\ -2)\,, (1,\ 4,\ -1)\,, (-1,\ -1,\ -1))\,.$$

Exercice 97. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 35

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((0,\ -1,\ 1)\,, (-1,\ 0,\ 0)\,, (0,\ -9,\ -2))\,.$$

Exercice 98. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 35

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((-2,\ 0,\ 1)\,, (3,\ -1,\ 4)\,, (0,\ 0,\ 2))\,.$$

Exercice 99. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 35

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 0,\ -3)\,, (-4,\ 0,\ -2)\,, (0,\ 1,\ -2))\,.$$

Exercice 100. On munit $\mathbb{R}^3$ du produit scalaire usuel. Avec l'algorithme de Gram-Schmidt, orthonormaliser la famille : → page 36

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = ((1,\ 0,\ -1)\,, (-1,\ -4,\ -1)\,, (2,\ 0,\ -4))\,.$$

Corrigé 1. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (4,\ -2,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{21}}\,(4,\ -2,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (1,\ -3,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{23}{21},\ -\frac{41}{21},\ -\frac{10}{21}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2310}}\,(-23,\ -41,\ -10)$
$\vec{e}_3 = (0,\ -1,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{13}{110},\ -\frac{39}{110},\ \frac{13}{11}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{110}}\,(1,\ -3,\ 10)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{21}}\,(4,\ -2,\ -1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{2310}}\,(-23,\ -41,\ -10)\,,\ \frac{1}{\sqrt{110}}\,(1,\ -3,\ 10)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 2. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (0,\ -1,\ 3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\ -1,\ 3)$
$\vec{e}_2 = (-3,\ 0,\ -2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-3,\ -\frac{3}{5},\ -\frac{1}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{235}}\,(-15,\ -3,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{10}{47},\ -\frac{45}{47},\ -\frac{15}{47}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{94}}\,(2,\ -9,\ -3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\ -1,\ 3)\,,\ \frac{1}{\sqrt{235}}\,(-15,\ -3,\ -1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{94}}\,(2,\ -9,\ -3)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 3. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (-5,\ 2,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{29}}\,(-5,\ 2,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-3,\ 0,\ -3)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{12}{29},\ -\frac{30}{29},\ -3\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{957}}\,(-4,\ -10,\ -29)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{8}{33},\ \frac{20}{33},\ -\frac{8}{33}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{33}}\,(2,\ 5,\ -2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{29}}\,(-5,\ 2,\ 0)\,,\ \frac{1}{\sqrt{957}}\,(-4,\ -10,\ -29)\,,\ \frac{1}{\sqrt{33}}\,(2,\ 5,\ -2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 4. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (3,\ -4,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{26}}\,(3,\ -4,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ -1,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{16}{13},\ -\frac{9}{13},\ \frac{12}{13}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{481}}\,(-16,\ -9,\ 12)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{15}{37},\ -\frac{20}{37},\ -\frac{35}{37}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{74}}\,(-3,\ -4,\ -7)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{26}} (3,\ -4,\ 1) , \frac{1}{\sqrt{481}} (-16,\ -9,\ 12) , \frac{1}{\sqrt{74}} (-3,\ -4,\ -7) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 5. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (1,\ 1,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|} \vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (1,\ 1,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (10,\ -5,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(\frac{25}{3},\ -\frac{20}{3},\ \frac{5}{3} \right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|} \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{42}} (5,\ -4,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 2,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(\frac{1}{7},\ \frac{2}{7},\ \frac{3}{7} \right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|} \vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{14}} (1,\ 2,\ 3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} (1,\ 1,\ -1) , \frac{1}{\sqrt{42}} (5,\ -4,\ 1) , \frac{1}{\sqrt{14}} (1,\ 2,\ 3) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 6. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (0,\ -1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|} \vec{e}_1 = \frac{1}{1} (0,\ -1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (0,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = (0,\ 0,\ -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|} \vec{u}_2 = \frac{1}{1} (0,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (2,\ -1,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = (2,\ 0,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|} \vec{u}_3 = \frac{1}{1} (1,\ 0,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = ((0,\ -1,\ 0) , (0,\ 0,\ -1) , (1,\ 0,\ 0))$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 7. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (1,\ 0,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|} \vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (0,\ 0,\ -3)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(-\frac{3}{2},\ 0,\ -\frac{3}{2} \right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|} \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = (0,\ -1,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|} \vec{u}_3 = \frac{1}{1} (0,\ -1,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (1,\ 0,\ -1) , \frac{1}{\sqrt{2}} (-1,\ 0,\ -1) , (0,\ -1,\ 0) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 8. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 1

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (-1,\,5,\,2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{30}}\,(-1,\,5,\,2)$
$\vec{e}_2 = (2,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{53}{30},\,\frac{1}{6},\,\frac{7}{15}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{3030}}\,(53,\,5,\,14)$
$\vec{e}_3 = (0,\,-2,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{16}{101},\,-\frac{32}{101},\,\frac{72}{101}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{101}}\,(-2,\,-4,\,9)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{30}}\,(-1,\,5,\,2)\,,\,\frac{1}{\sqrt{3030}}\,(53,\,5,\,14)\,,\,\frac{1}{\sqrt{101}}\,(-2,\,-4,\,9)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 9. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (3,\,-1,\,3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{19}}\,(3,\,-1,\,3)$
$\vec{e}_2 = (1,\,-1,\,8)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{65}{19},\,\frac{9}{19},\,\frac{68}{19}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{8930}}\,(-65,\,9,\,68)$
$\vec{e}_3 = (-4,\,1,\,-6)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{11}{94},\,-\frac{231}{470},\,-\frac{11}{235}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{470}}\,(-5,\,-21,\,-2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{19}}\,(3,\,-1,\,3)\,,\,\frac{1}{\sqrt{8930}}\,(-65,\,9,\,68)\,,\,\frac{1}{\sqrt{470}}\,(-5,\,-21,\,-2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 10. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (3,\,-1,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{11}}\,(3,\,-1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (7,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (1,\,1,\,-2)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\,1,\,-2)$
$\vec{e}_3 = (0,\,-1,\,1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{1}{22},\,-\frac{7}{22},\,-\frac{2}{11}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{66}}\,(-1,\,-7,\,-4)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{11}}\,(3,\,-1,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\,1,\,-2)\,,\,\frac{1}{\sqrt{66}}\,(-1,\,-7,\,-4)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 11. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (-1,\,-1,\,-7)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{51}}\,(-1,\,-1,\,-7)$
$\vec{e}_2 = (-1,\,-2,\,0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{16}{17},\,-\frac{33}{17},\,\frac{7}{17}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{1394}}\,(-16,\,-33,\,7)$
$\vec{e}_3 = (1,\,2,\,-1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{7}{123},\,-\frac{7}{246},\,-\frac{1}{246}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{246}}\,(14,\,-7,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{51}} (-1,\ -1,\ -7), \frac{1}{\sqrt{1394}} (-16,\ -33,\ 7), \frac{1}{\sqrt{246}} (14,\ -7,\ -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 12. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (3,\ -1,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{11}} (3,\ -1,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ -2,\ -2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(-\frac{2}{11},\ -\frac{25}{11},\ -\frac{19}{11}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{110}} (-2,\ -25,\ -19)$
$\vec{e}_3 = (-2,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(-\frac{2}{45},\ -\frac{1}{18},\ \frac{7}{90}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3\sqrt{10}} (-4,\ -5,\ 7)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{11}} (3,\ -1,\ 1), \frac{1}{3\sqrt{110}} (-2,\ -25,\ -19), \frac{1}{3\sqrt{10}} (-4,\ -5,\ 7) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 13. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (-1,\ -1,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (-1,\ -1,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (-7,\ 0,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(-\frac{13}{3},\ \frac{8}{3},\ -\frac{5}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{258}} (-13,\ 8,\ -5)$
$\vec{e}_3 = (2,\ -1,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(\frac{3}{86},\ \frac{9}{43},\ \frac{21}{86}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{86}} (1,\ 6,\ 7)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} (-1,\ -1,\ 1), \frac{1}{\sqrt{258}} (-13,\ 8,\ -5), \frac{1}{\sqrt{86}} (1,\ 6,\ 7) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 14. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 1

$\vec{e}_1 = (-1,\ 0,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1} (-1,\ 0,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (0,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = (0,\ 1,\ -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ 1,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (3,\ -1,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(0,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ -1,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((-1,\ 0,\ 0), \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ 1,\ -1), \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ -1,\ -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 15. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 2

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (-3,\,-1,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(-3,\,-1,\,0)$
$\vec{e}_2 = (1,\,2,\,2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{1}{2},\,\frac{3}{2},\,2\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{26}}\,(-1,\,3,\,4)$
$\vec{e}_3 = (0,\,0,\,2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{4}{13},\,-\frac{12}{13},\,\frac{10}{13}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{65}}\,(2,\,-6,\,5)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\,(-3,\,-1,\,0)\,,\,\frac{1}{\sqrt{26}}\,(-1,\,3,\,4)\,,\,\frac{1}{\sqrt{65}}\,(2,\,-6,\,5)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 16. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (0,\,1,\,-1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,1,\,-1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\,0,\,-2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-1,\,-1,\,-1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,-1)$
$\vec{e}_3 = (1,\,3,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{1}{3},\,\frac{1}{6},\,\frac{1}{6}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(-2,\,1,\,1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,1,\,-1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,-1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{6}}\,(-2,\,1,\,1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 17. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (0,\,2,\,-5)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{29}}\,(0,\,2,\,-5)$
$\vec{e}_2 = (0,\,0,\,1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(0,\,\frac{10}{29},\,\frac{4}{29}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{29}}\,(0,\,5,\,2)$
$\vec{e}_3 = (3,\,1,\,3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (3,\,0,\,0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(1,\,0,\,0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{29}}\,(0,\,2,\,-5)\,,\,\frac{1}{\sqrt{29}}\,(0,\,5,\,2)\,,(1,\,0,\,0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 18. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (-1,\,-1,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\,-1,\,0)$
$\vec{e}_2 = (0,\,2,\,-2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-1,\,1,\,-2)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(-1,\,1,\,-2)$
$\vec{e}_3 = (1,\,-2,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (1,\,-1,\,-1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(1,\,-1,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (-1,\, -1,\, 0) \,, \frac{1}{\sqrt{6}} (-1,\, 1,\, -2) \,, \frac{1}{\sqrt{3}} (1,\, -1,\, -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 19. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (-1,\, -1,\, -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (-1,\, -1,\, -1)$
$\vec{e}_2 = (1,\, 1,\, -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \, \vec{v}_1 = \left(\frac{2}{3},\, \frac{2}{3},\, -\frac{4}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} (1,\, 1,\, -2)$
$\vec{e}_3 = (1,\, 5,\, 2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \, \vec{v}_2 = (-2,\, 2,\, 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1,\, 1,\, 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} (-1,\, -1,\, -1) \,, \frac{1}{\sqrt{6}} (1,\, 1,\, -2) \,, \frac{1}{\sqrt{2}} (-1,\, 1,\, 0) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 20. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (0,\, 1,\, 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1} (0,\, 1,\, 0)$
$\vec{e}_2 = (2,\, -1,\, 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \, \vec{v}_1 = (2,\, 0,\, 1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} (2,\, 0,\, 1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\, 20,\, -2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \, \vec{v}_2 = \left(\frac{3}{5},\, 0,\, -\frac{6}{5}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{5}} (1,\, 0,\, -2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((0,\, 1,\, 0) \,, \frac{1}{\sqrt{5}} (2,\, 0,\, 1) \,, \frac{1}{\sqrt{5}} (1,\, 0,\, -2) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 21. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (1,\, 2,\, 4)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{21}} (1,\, 2,\, 4)$
$\vec{e}_2 = (-1,\, -1,\, 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \, \vec{v}_1 = \left(-\frac{6}{7},\, -\frac{5}{7},\, \frac{4}{7}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{77}} (-6,\, -5,\, 4)$
$\vec{e}_3 = (-1,\, 1,\, 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \, \vec{v}_2 = \left(-\frac{32}{33},\, \frac{32}{33},\, -\frac{8}{33}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{33}} (-4,\, 4,\, -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{21}} (1,\, 2,\, 4) \,, \frac{1}{\sqrt{77}} (-6,\, -5,\, 4) \,, \frac{1}{\sqrt{33}} (-4,\, 4,\, -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 22. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 2

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (1,\,0,\,2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(1,\,0,\,2)$
$\vec{e}_2 = (0,\,-1,\,-4)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{8}{5},\,-1,\,-\frac{4}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{21}{5}}}\left(\frac{8}{5},\,-1,\,-\frac{4}{5}\right)$
$\vec{e}_3 = (1,\,0,\,-14)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{32}{21},\,\frac{64}{21},\,-\frac{16}{21}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{21}}\,(2,\,4,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\,(1,\,0,\,2)\,,\,\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}}\left(\frac{8}{5},\,-1,\,-\frac{4}{5}\right),\,\frac{1}{\sqrt{21}}\,(2,\,4,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 23. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (0,\,-2,\,14)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{5\sqrt{2}}\,(0,\,-1,\,7)$
$\vec{e}_2 = (1,\,0,\,-17)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(1,\,-\frac{119}{50},\,-\frac{17}{50}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\frac{1}{5}\sqrt{\frac{339}{2}}}\left(1,\,-\frac{119}{50},\,-\frac{17}{50}\right)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,1,\,2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{136}{339},\,-\frac{56}{339},\,-\frac{8}{339}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{339}}\,(-17,\,-7,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{5\sqrt{2}}\,(0,\,-1,\,7)\,,\,\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{339}}\left(1,\,-\frac{119}{50},\,-\frac{17}{50}\right),\,\frac{1}{\sqrt{339}}\,(-17,\,-7,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 24. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (-1,\,-1,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (0,\,1,\,1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (0,\,1,\,1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,1,\,1)$
$\vec{e}_3 = (4,\,-3,\,-2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(3,\,-\frac{3}{2},\,\frac{3}{2}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(2,\,-1,\,1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,1,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{6}}\,(2,\,-1,\,1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 25. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (0,\,-3,\,-1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\,-3,\,-1)$
$\vec{e}_2 = (1,\,-2,\,0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(1,\,-\frac{1}{5},\,\frac{3}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{7}{5}}}\left(1,\,-\frac{1}{5},\,\frac{3}{5}\right)$
$\vec{e}_3 = (1,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{1}{7},\,\frac{1}{14},\,-\frac{3}{14}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{14}}\,(2,\,1,\,-3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}} (0,\, -3,\, -1) \,, \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \left(1,\, -\frac{1}{5},\, \frac{3}{5}\right) , \frac{1}{\sqrt{14}} (2,\, 1,\, -3) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 26. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (1,\, 1,\, 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (1,\, 1,\, 1)$
$\vec{e}_2 = (2,\, 3,\, 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = (0,\, 1,\, -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\, 1,\, -1)$
$\vec{e}_3 = (-2,\, 1,\, 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(-\frac{5}{3},\, \frac{5}{6},\, \frac{5}{6}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}} (-2,\, 1,\, 1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} (1,\, 1,\, 1) \,, \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\, 1,\, -1) \,, \frac{1}{\sqrt{6}} (-2,\, 1,\, 1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 27. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (5,\, 7,\, 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{74}} (5,\, 7,\, 0)$
$\vec{e}_2 = (1,\, 0,\, -2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(\frac{49}{74},\, -\frac{35}{74},\, -2\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{25530}} (49,\, -35,\, -148)$
$\vec{e}_3 = (0,\, 1,\, 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(-\frac{14}{115},\, \frac{2}{23},\, -\frac{7}{115}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{345}} (-14,\, 10,\, -7)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{74}} (5,\, 7,\, 0) \,, \frac{1}{\sqrt{25530}} (49,\, -35,\, -148) \,, \frac{1}{\sqrt{345}} (-14,\, 10,\, -7) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 28. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 2

$\vec{e}_1 = (0,\, 0,\, -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{1} (0,\, 0,\, -1)$
$\vec{e}_2 = (2,\, 1,\, 7)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = (2,\, 1,\, 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} (2,\, 1,\, 0)$
$\vec{e}_3 = (-1,\, -2,\, -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(\frac{3}{5},\, -\frac{6}{5},\, 0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{5}} (1,\, -2,\, 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((0,\, 0,\, -1) \,, \frac{1}{\sqrt{5}} (2,\, 1,\, 0) \,, \frac{1}{\sqrt{5}} (1,\, -2,\, 0) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 29. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 2

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (-2,\ -1,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(-2,\ -1,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{6},\ -\frac{7}{6}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{66}}\,(4,\ -1,\ -7)$
$\vec{e}_3 = (1,\ -4,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{14}{11},\ -\frac{42}{11},\ \frac{14}{11}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{11}}\,(1,\ -3,\ 1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\,(-2,\ -1,\ -1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{66}}\,(4,\ -1,\ -7)\,,\ \frac{1}{\sqrt{11}}\,(1,\ -3,\ 1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 30. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (-2,\ 2,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{3}\,(-2,\ 2,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (2,\ 0,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{10}{9},\ \frac{8}{9},\ -\frac{4}{9}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{5}}\,(5,\ 4,\ -2)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(0,\ -\frac{2}{5},\ -\frac{4}{5}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(0,\ -1,\ -2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{3}\,(-2,\ 2,\ -1)\,,\ \frac{1}{3\sqrt{5}}\,(5,\ 4,\ -2)\,,\ \frac{1}{\sqrt{5}}\,(0,\ -1,\ -2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 31. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (0,\ 0,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}\,(0,\ 0,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (-5,\ 1,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-5,\ 1,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{26}}\,(-5,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (-2,\ -1,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{7}{26},\ -\frac{35}{26},\ 0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{26}}\,(-1,\ -5,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((0,\ 0,\ 1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{26}}\,(-5,\ 1,\ 0)\,,\ \frac{1}{\sqrt{26}}\,(-1,\ -5,\ 0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 32. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (-2,\ -1,\ -2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{3}\,(-2,\ -1,\ -2)$
$\vec{e}_2 = (0,\ -1,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{2}{9},\ -\frac{10}{9},\ \frac{7}{9}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{17}}\,(-2,\ -10,\ 7)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 0,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{9}{17},\ -\frac{6}{17},\ -\frac{6}{17}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{17}}\,(3,\ -2,\ -2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{3}\,(-2,\,-1,\,-2)\,,\,\frac{1}{3\sqrt{17}}\,(-2,\,-10,\,7)\,,\,\frac{1}{\sqrt{17}}\,(3,\,-2,\,-2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 33. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (-3,\,-2,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{14}}\,(-3,\,-2,\,1)$
$\vec{e}_2 = (3,\,1,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{3}{7},\,-\frac{5}{7},\,-\frac{1}{7}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{35}}\,(3,\,-5,\,-1)$
$\vec{e}_3 = (2,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{1}{5},\,0,\,\frac{3}{5}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(1,\,0,\,3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}\,(-3,\,-2,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{35}}\,(3,\,-5,\,-1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{10}}\,(1,\,0,\,3)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 34. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (1,\,-2,\,3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{14}}\,(1,\,-2,\,3)$
$\vec{e}_2 = (-1,\,-1,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{6}{7},\,-\frac{9}{7},\,-\frac{4}{7}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{133}}\,(-6,\,-9,\,-4)$
$\vec{e}_3 = (2,\,-1,\,3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{15}{38},\,-\frac{3}{19},\,-\frac{9}{38}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{38}}\,(5,\,-2,\,-3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{14}}\,(1,\,-2,\,3)\,,\,\frac{1}{\sqrt{133}}\,(-6,\,-9,\,-4)\,,\,\frac{1}{\sqrt{38}}\,(5,\,-2,\,-3)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 35. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (-3,\,-1,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(-3,\,-1,\,0)$
$\vec{e}_2 = (-2,\,2,\,1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{4}{5},\,\frac{12}{5},\,1\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{37}{5}}}\,\left(-\frac{4}{5},\,\frac{12}{5},\,1\right)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,3,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{5}{37},\,\frac{15}{37},\,-\frac{40}{37}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{74}}\,(-1,\,3,\,-8)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\,(-3,\,-1,\,0)\,,\,\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{37}}\left(-\frac{4}{5},\,\frac{12}{5},\,1\right)\,,\,\frac{1}{\sqrt{74}}\,(-1,\,3,\,-8)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 36. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 3

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (1,\,1,\,3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{11}}\,(1,\,1,\,3)$
$\vec{e}_2 = (0,\,0,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{3}{11},\,\frac{3}{11},\,-\frac{2}{11}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{22}}\,(3,\,3,\,-2)$
$\vec{e}_3 = (-4,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{3}{2},\,\frac{3}{2},\,0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\,1,\,0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{11}}\,(1,\,1,\,3)\,,\,\frac{1}{\sqrt{22}}\,(3,\,3,\,-2)\,,\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\,1,\,0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 37. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (0,\,0,\,-3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}\,(0,\,0,\,-1)$
$\vec{e}_2 = (1,\,-2,\,-2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (1,\,-2,\,0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(1,\,-2,\,0)$
$\vec{e}_3 = (1,\,2,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{8}{5},\,\frac{4}{5},\,0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(2,\,1,\,0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left((0,\,0,\,-1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{5}}\,(1,\,-2,\,0)\,,\,\frac{1}{\sqrt{5}}\,(2,\,1,\,0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 38. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (0,\,1,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (1,\,-1,\,4)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(1,\,-\frac{5}{2},\,\frac{5}{2}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{\frac{3}{2}}}\left(1,\,-\frac{5}{2},\,\frac{5}{2}\right)$
$\vec{e}_3 = (0,\,2,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{10}{27},\,\frac{2}{27},\,-\frac{2}{27}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3\sqrt{3}}\,(5,\,1,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,1,\,1)\,,\,\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\left(1,\,-\frac{5}{2},\,\frac{5}{2}\right)\,,\,\frac{1}{3\sqrt{3}}\,(5,\,1,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 39. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (-2,\,1,\,3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{14}}\,(-2,\,1,\,3)$
$\vec{e}_2 = (1,\,0,\,1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{8}{7},\,-\frac{1}{14},\,\frac{11}{14}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{42}}\,(16,\,-1,\,11)$
$\vec{e}_3 = (1,\,1,\,-2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{8}{27},\,\frac{40}{27},\,-\frac{8}{27}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3\sqrt{3}}\,(1,\,5,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{14}} (-2,\ 1,\ 3) ,\ \frac{1}{3\sqrt{42}} (16,\ -1,\ 11) ,\ \frac{1}{3\sqrt{3}} (1,\ 5,\ -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 40. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (1,\ -2,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} (1,\ -2,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (19,\ -1,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(\frac{74}{5},\ \frac{37}{5},\ 1\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1374}{5}}} \left(\frac{74}{5},\ \frac{37}{5},\ 1\right)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ 1,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(-\frac{1}{687},\ -\frac{1}{1374},\ \frac{37}{1374}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{1374}} (-2,\ -1,\ 37)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} (1,\ -2,\ 0) ,\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{1374}} \left(\frac{74}{5},\ \frac{37}{5},\ 1\right) ,\ \frac{1}{\sqrt{1374}} (-2,\ -1,\ 37) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 41. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (0,\ 4,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{17}} (0,\ 4,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (0,\ 2,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(0,\ \frac{2}{17},\ \frac{8}{17}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{17}} (0,\ 1,\ 4)$
$\vec{e}_3 = (-4,\ -1,\ -4)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = (-4,\ 0,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1} (-1,\ 0,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{17}} (0,\ 4,\ -1) ,\ \frac{1}{\sqrt{17}} (0,\ 1,\ 4) , (-1,\ 0,\ 0) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 42. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (4,\ 3,\ 3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{34}} (4,\ 3,\ 3)$
$\vec{e}_2 = (8,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(\frac{72}{17},\ -\frac{31}{17},\ -\frac{65}{17}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{10370}} (72,\ -31,\ -65)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(-\frac{21}{305},\ \frac{98}{305},\ -\frac{14}{61}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{305}} (-3,\ 14,\ -10)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{34}} (4,\ 3,\ 3) ,\ \frac{1}{\sqrt{10370}} (72,\ -31,\ -65) ,\ \frac{1}{\sqrt{305}} (-3,\ 14,\ -10) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 43. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 3

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (0,\,-1,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,-1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (-11,\,-4,\,-4)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-11,\,-4,\,-4)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{17}}\,(-11,\,-4,\,-4)$
$\vec{e}_3 = (2,\,-1,\,1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{64}{153},\,-\frac{88}{153},\,-\frac{88}{153}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3\sqrt{34}}\,(8,\,-11,\,-11)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,-1,\,1)\,,\,\frac{1}{3\sqrt{17}}\,(-11,\,-4,\,-4)\,,\,\frac{1}{3\sqrt{34}}\,(8,\,-11,\,-11)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 44. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 3

$\vec{e}_1 = (-5,\,0,\,-1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{26}}\,(-5,\,0,\,-1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\,1,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{2}{13},\,1,\,-\frac{10}{13}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{21}{13}}}\left(\frac{2}{13},\,1,\,-\frac{10}{13}\right)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,0,\,3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{8}{21},\,\frac{32}{21},\,\frac{40}{21}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{42}}\,(-1,\,4,\,5)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{26}}\,(-5,\,0,\,-1)\,,\,\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{21}}\left(\frac{2}{13},\,1,\,-\frac{10}{13}\right),\,\frac{1}{\sqrt{42}}\,(-1,\,4,\,5)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 45. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (-1,\,0,\,-3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(-1,\,0,\,-3)$
$\vec{e}_2 = (-1,\,1,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{3}{5},\,1,\,\frac{1}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{7}{5}}}\left(-\frac{3}{5},\,1,\,\frac{1}{5}\right)$
$\vec{e}_3 = (10,\,-8,\,1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{39}{14},\,\frac{13}{7},\,-\frac{13}{14}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{14}}\,(3,\,2,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\,(-1,\,0,\,-3)\,,\,\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\left(-\frac{3}{5},\,1,\,\frac{1}{5}\right),\,\frac{1}{\sqrt{14}}\,(3,\,2,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 46. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (6,\,1,\,-1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{38}}\,(6,\,1,\,-1)$
$\vec{e}_2 = (-7,\,-1,\,1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{1}{19},\,\frac{3}{19},\,-\frac{3}{19}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{19}}\,(-1,\,3,\,-3)$
$\vec{e}_3 = (0,\,-2,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\,-1,\,-1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,-1,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{38}}\,(6,\ 1,\ -1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{19}}\,(-1,\ 3,\ -3)\,,\ \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\ -1,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 47. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (-2,\ 1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-2,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-15,\ 0,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-3,\ -6,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-1,\ -2,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (-105,\ 1,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\ 0,\ 1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(0,\ 0,\ 1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\,(-2,\ 1,\ 0)\,,\ \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-1,\ -2,\ 0)\,,(0,\ 0,\ 1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 48. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (1,\ -1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ -1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ 1,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (0,\ 0,\ 1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{1}\,(0,\ 0,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 2,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2},\ 0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ 1,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ -1,\ 0)\,,(0,\ 0,\ 1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ 1,\ 0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 49. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (-1,\ 2,\ -2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{3}\,(-1,\ 2,\ -2)$
$\vec{e}_2 = (0,\ 1,\ -4)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{10}{9},\ -\frac{11}{9},\ -\frac{16}{9}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{53}}\,(10,\ -11,\ -16)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{18}{53},\ -\frac{12}{53},\ -\frac{3}{53}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{53}}\,(-6,\ -4,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{3}\,(-1,\ 2,\ -2)\,,\ \frac{1}{3\sqrt{53}}\,(10,\ -11,\ -16)\,,\ \frac{1}{\sqrt{53}}\,(-6,\ -4,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 50. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs préc- ← page 4

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (0,\,-1,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}\,(0,\,-1,\,0)$
$\vec{e}_2 = (-1,\,11,\,2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-1,\,0,\,2)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-1,\,0,\,2)$
$\vec{e}_3 = (2,\,-1,\,1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (2,\,0,\,1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(2,\,0,\,1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((0,\,-1,\,0)\,,\,\frac{1}{\sqrt{5}}\,(-1,\,0,\,2)\,,\,\frac{1}{\sqrt{5}}\,(2,\,0,\,1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 51. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (1,\,-11,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{122}}\,(1,\,-11,\,0)$
$\vec{e}_2 = (0,\,5,\,0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{55}{122},\,\frac{5}{122},\,0\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{122}}\,(11,\,1,\,0)$
$\vec{e}_3 = (3,\,1,\,-1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\,0,\,-1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(0,\,0,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{122}}\,(1,\,-11,\,0)\,,\,\frac{1}{\sqrt{122}}\,(11,\,1,\,0)\,,(0,\,0,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 52. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (-1,\,-1,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (1,\,2,\,-3)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-1,\,0,\,-1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\,0,\,-1)$
$\vec{e}_3 = (2,\,1,\,4)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{2}{3},\,\frac{4}{3},\,\frac{2}{3}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(-1,\,2,\,1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\,0,\,-1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{6}}\,(-1,\,2,\,1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 53. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (-1,\,4,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{17}}\,(-1,\,4,\,0)$
$\vec{e}_2 = (2,\,2,\,1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{40}{17},\,\frac{10}{17},\,1\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{\frac{13}{17}}}\left(\frac{40}{17},\,\frac{10}{17},\,1\right)$
$\vec{e}_3 = (0,\,2,\,1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{32}{117},\,-\frac{8}{117},\,\frac{80}{117}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{3\sqrt{13}}\,(-4,\,-1,\,10)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{17}}\,(-1,\,4,\,0)\,,\,\frac{\sqrt{17}}{3\sqrt{13}}\left(\frac{40}{17},\,\frac{10}{17},\,1\right),\,\frac{1}{3\sqrt{13}}\,(-4,\,-1,\,10)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 54. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (2,\,-2,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\,-1,\,0)$
$\vec{e}_2 = (18,\,-26,\,1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-4,\,-4,\,1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{33}}\,(-4,\,-4,\,1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,2,\,-1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{7}{66},\,-\frac{7}{66},\,-\frac{28}{33}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{66}}\,(-1,\,-1,\,-8)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\,-1,\,0)\,,\,\frac{1}{\sqrt{33}}\,(-4,\,-4,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{66}}\,(-1,\,-1,\,-8)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 55. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (0,\,1,\,0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}\,(0,\,1,\,0)$
$\vec{e}_2 = (3,\,-10,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (3,\,0,\,-1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(3,\,0,\,-1)$
$\vec{e}_3 = (2,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{1}{5},\,0,\,\frac{3}{5}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(1,\,0,\,3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((0,\,1,\,0)\,,\,\frac{1}{\sqrt{10}}\,(3,\,0,\,-1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{10}}\,(1,\,0,\,3)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 56. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (-3,\,1,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{11}}\,(-3,\,1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (0,\,3,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{6}{11},\,\frac{31}{11},\,-\frac{13}{11}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{1166}}\,(6,\,31,\,-13)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,-1,\,1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{4}{53},\,\frac{3}{53},\,\frac{9}{53}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{106}}\,(4,\,3,\,9)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{11}}\,(-3,\,1,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{1166}}\,(6,\,31,\,-13)\,,\,\frac{1}{\sqrt{106}}\,(4,\,3,\,9)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 57. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 4

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (0,\ 2,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}(0,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (3,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (3,\ 0,\ -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{10}}(3,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{1}{5},\ 0,\ -\frac{3}{5}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{10}}(-1,\ 0,\ -3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left((0,\ 1,\ 0)\,,\frac{1}{\sqrt{10}}(3,\ 0,\ -1)\,,\frac{1}{\sqrt{10}}(-1,\ 0,\ -3)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 58. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (0,\ -1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}(0,\ -1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-7,\ -1,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-7,\ 0,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{1}(-1,\ 0,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (1,\ -2,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\ 0,\ -1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}(0,\ 0,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = ((0,\ -1,\ 0)\,,(-1,\ 0,\ 0)\,,(0,\ 0,\ -1))$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 59. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 4

$\vec{e}_1 = (-1,\ 0,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (-2,\ -1,\ -3)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{1}{2},\ -1,\ -\frac{1}{2}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}}\left(\frac{1}{2},\ -1,\ -\frac{1}{2}\right)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (1,\ 1,\ -1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,\ 1,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(-1,\ 0,\ -1)\,,\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2},\ -1,\ -\frac{1}{2}\right),\frac{1}{\sqrt{3}}(1,\ 1,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 60. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (-1,\ 0,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}(-1,\ 0,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (2,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (0,\ 1,\ -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,\ 1,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (3,\ 0,\ 3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(0,\ \frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,\ 1,\ 1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((-1,\, 0,\, 0)\,, \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\, 1,\, -1)\,, \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\, 1,\, 1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 61. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (6,\, 0,\, 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{37}}\,(6,\, 0,\, 1)$
$\vec{e}_2 = (-2,\, -3,\, 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(-\frac{2}{37},\, -3,\, \frac{12}{37}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{12469}}\,(-2,\, -111,\, 12)$
$\vec{e}_3 = (-3,\, 1,\, 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(-\frac{33}{337},\, \frac{22}{337},\, \frac{198}{337}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{337}}\,(-3,\, 2,\, 18)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{37}}\,(6,\, 0,\, 1)\,, \frac{1}{\sqrt{12469}}\,(-2,\, -111,\, 12)\,, \frac{1}{\sqrt{337}}\,(-3,\, 2,\, 18)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 62. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (1,\, -2,\, 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\, -2,\, 1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\, 0,\, -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(-\frac{2}{3},\, -\frac{2}{3},\, -\frac{2}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\, -1,\, -1)$
$\vec{e}_3 = (0,\, 1,\, -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(\frac{1}{2},\, 0,\, -\frac{1}{2}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\, 0,\, -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\, -2,\, 1)\,, \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\, -1,\, -1)\,, \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\, 0,\, -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 63. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (-1,\, -1,\, 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\\|\vec{e}_1\\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\, -1,\, 1)$
$\vec{e}_2 = (1,\, 0,\, -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(\frac{1}{3},\, -\frac{2}{3},\, -\frac{1}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\\|\vec{u}_2\\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\, -2,\, -1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\, -1,\, -3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = (-2,\, 0,\, -2)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\\|\vec{u}_3\\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\, 0,\, -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\, -1,\, 1)\,, \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\, -2,\, -1)\,, \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\, 0,\, -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 64. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 5

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (-1,\ -2,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-1,\ -2,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-5,\ 1,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{22}{5},\ \frac{11}{5},\ 0\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-2,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (2,\ 7,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\ 0,\ 1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(0,\ 0,\ 1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\,(-1,\ -2,\ 0)\,,\ \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-2,\ 1,\ 0)\,, (0,\ 0,\ 1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 65. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (-3,\ -4,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{5}\,(-3,\ -4,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{16}{25},\ -\frac{12}{25},\ -1\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{5\sqrt{41}}\,(16,\ -12,\ -25)$
$\vec{e}_3 = (2,\ 1,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{20}{41},\ -\frac{15}{41},\ \frac{20}{41}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{41}}\,(4,\ -3,\ 4)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{5}\,(-3,\ -4,\ 0)\,,\ \frac{1}{5\sqrt{41}}\,(16,\ -12,\ -25)\,,\ \frac{1}{\sqrt{41}}\,(4,\ -3,\ 4)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 66. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (5,\ -2,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{30}}\,(5,\ -2,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 1,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{1}{3},\ \frac{19}{15},\ \frac{13}{15}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{555}}\,(5,\ 19,\ 13)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{6}{37},\ \frac{8}{37},\ -\frac{14}{37}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{74}}\,(3,\ 4,\ -7)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{30}}\,(5,\ -2,\ 1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{555}}\,(5,\ 19,\ 13)\,,\ \frac{1}{\sqrt{74}}\,(3,\ 4,\ -7)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 67. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (0,\ 0,\ 2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}\,(0,\ 0,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ 0,\ -2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-1,\ 0,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{1}\,(-1,\ 0,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (-2,\ -1,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\ -1,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(0,\ -1,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = ((0,\ 0,\ 1),(-1,\ 0,\ 0),(0,\ -1,\ 0))$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 68. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (-1,\ 0,\ -3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}(-1,\ 0,\ -3)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ 1,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{6}{5},\ 1,\ \frac{2}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{13}{5}}}\left(-\frac{6}{5},\ 1,\ \frac{2}{5}\right)$
$\vec{e}_3 = (2,\ 1,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{27}{26},\ \frac{18}{13},\ -\frac{9}{26}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{26}}(3,\ 4,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}(-1,\ 0,\ -3),\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}}\left(-\frac{6}{5},\ 1,\ \frac{2}{5}\right),\frac{1}{\sqrt{26}}(3,\ 4,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 69. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (1,\ 1,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,\ 1,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (2,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{3},\ \frac{1}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(2,\ -1,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 0,\ 2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\ 1,\ 1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,\ 1,\ 1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}(1,\ 1,\ -1),\frac{1}{\sqrt{6}}(2,\ -1,\ 1),\frac{1}{\sqrt{2}}(0,\ 1,\ 1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 70. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (1,\ -2,\ 2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{3}(1,\ -2,\ 2)$
$\vec{e}_2 = (1,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{8}{9},\ -\frac{7}{9},\ -\frac{11}{9}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{26}}(8,\ -7,\ -11)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -1,\ -2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{18}{13},\ -\frac{27}{26},\ -\frac{9}{26}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{26}}(-4,\ -3,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{3}(1,\ -2,\ 2),\frac{1}{3\sqrt{26}}(8,\ -7,\ -11),\frac{1}{\sqrt{26}}(-4,\ -3,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 71. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 5

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (1,\,0,\,2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(1,\,0,\,2)$
$\vec{e}_2 = (3,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{12}{5},\,-1,\,-\frac{6}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{41}{5}}}\left(\frac{12}{5},\,-1,\,-\frac{6}{5}\right)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,1,\,3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{2}{41},\,\frac{6}{41},\,-\frac{1}{41}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{41}}\,(2,\,6,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\,(1,\,0,\,2)\,,\,\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{41}}\left(\frac{12}{5},\,-1,\,-\frac{6}{5}\right),\,\frac{1}{\sqrt{41}}\,(2,\,6,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 72. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (0,\,-3,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\,-3,\,1)$
$\vec{e}_2 = (0,\,-1,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(0,\,-\frac{2}{5},\,-\frac{6}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\,-1,\,-3)$
$\vec{e}_3 = (1,\,-1,\,1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (1,\,0,\,0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(1,\,0,\,0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\,-3,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\,-1,\,-3)\,,\,(1,\,0,\,0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 73. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (0,\,-2,\,2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,-1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (2,\,0,\,-2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (2,\,-1,\,-1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(2,\,-1,\,-1)$
$\vec{e}_3 = (0,\,-1,\,-1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{2}{3},\,-\frac{2}{3},\,-\frac{2}{3}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(0,\,-1,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{6}}\,(2,\,-1,\,-1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 74. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 5

$\vec{e}_1 = (0,\,-1,\,3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\,-1,\,3)$
$\vec{e}_2 = (-2,\,2,\,7)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-2,\,\frac{39}{10},\,\frac{13}{10}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2090}}\,(-20,\,39,\,13)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,-1,\,3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{169}{209},\,-\frac{78}{209},\,-\frac{26}{209}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{209}}\,(-13,\,-6,\,-2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\,(0,\ -1,\ 3)\,,\ \frac{1}{\sqrt{2090}}\,(-20,\ 39,\ 13)\,,\ \frac{1}{\sqrt{209}}\,(-13,\ -6,\ -2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 75. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (2,\ -1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(2,\ -1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-2,\ 0,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(-\frac{2}{5},\ -\frac{4}{5},\ 1\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{\frac{1}{5}}}\left(-\frac{2}{5},\ -\frac{4}{5},\ 1\right)$
$\vec{e}_3 = (0,\ 1,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(\frac{2}{9},\ \frac{4}{9},\ \frac{4}{9}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3}\,(1,\ 2,\ 2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\,(2,\ -1,\ 0)\,,\ \frac{\sqrt{5}}{3}\left(-\frac{2}{5},\ -\frac{4}{5},\ 1\right),\ \frac{1}{3}\,(1,\ 2,\ 2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 76. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (1,\ 1,\ -3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{11}}\,(1,\ 1,\ -3)$
$\vec{e}_2 = (-2,\ -2,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(-\frac{15}{11},\ -\frac{15}{11},\ -\frac{10}{11}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{22}}\,(-3,\ -3,\ -2)$
$\vec{e}_3 = (1,\ 0,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ -1,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{11}}\,(1,\ 1,\ -3)\,,\ \frac{1}{\sqrt{22}}\,(-3,\ -3,\ -2)\,,\ \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ -1,\ 0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 77. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (-1,\ 1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = (-1,\ -1,\ -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\ -1,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (1,\ -3,\ -2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(\frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ -\frac{2}{3}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\ 1,\ -2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\ 1,\ 0)\,,\ \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\ -1,\ -1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\ 1,\ -2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 78. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 6

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (0,\ 1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}(0,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (0,\ -7,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (0,\ 0,\ 1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{1}(0,\ 0,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ 3,\ -2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (-1,\ 0,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}(-1,\ 0,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = ((0,\ 1,\ 0)\,, (0,\ 0,\ 1)\,, (-1,\ 0,\ 0))$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 79. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (1,\ 1,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,\ 1,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (2,\ 0,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (1,\ -1,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,\ -1,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (0,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ -1\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}}\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ -1\right)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}(1,\ 1,\ 1)\,, \frac{1}{\sqrt{2}}(1,\ -1,\ 0)\,, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ -1\right)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 80. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (0,\ -1,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,\ -1,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (1,\ -2,\ 3)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(1,\ -\frac{5}{2},\ \frac{5}{2}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{\frac{3}{2}}}\left(1,\ -\frac{5}{2},\ \frac{5}{2}\right)$
$\vec{e}_3 = (2,\ 1,\ 5)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{10}{9},\ \frac{2}{9},\ -\frac{2}{9}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3\sqrt{3}}(5,\ 1,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(0,\ -1,\ -1)\,, \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\left(1,\ -\frac{5}{2},\ \frac{5}{2}\right), \frac{1}{3\sqrt{3}}(5,\ 1,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 81. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (5,\ 1,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{3\sqrt{3}}(5,\ 1,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (0,\ -2,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{10}{27},\ -\frac{52}{27},\ \frac{2}{27}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{78}}(5,\ -26,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ 2,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{1}{26},\ 0,\ \frac{5}{26}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{26}}(-1,\ 0,\ 5)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{3\sqrt{3}} (5,\ 1,\ 1)\,,\, \frac{1}{3\sqrt{78}} (5,\ -26,\ 1)\,,\, \frac{1}{\sqrt{26}} (-1,\ 0,\ 5) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 82. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (1,\ 2,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1,\ 2,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ -2,\ 2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(-\frac{1}{2},\ -1,\ \frac{5}{2}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{15}{2}}}\left(-\frac{1}{2},\ -1,\ \frac{5}{2}\right)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -1,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(-\frac{2}{5},\ \frac{1}{5},\ 0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-2,\ 1,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} (1,\ 2,\ 1)\,,\, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \left(-\frac{1}{2},\ -1,\ \frac{5}{2}\right)\,,\, \frac{1}{\sqrt{5}} (-2,\ 1,\ 0) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 83. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (-2,\ 1,\ -4)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{21}}(-2,\ 1,\ -4)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ -1,\ -3)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(\frac{5}{21},\ -\frac{34}{21},\ -\frac{11}{21}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{1302}}(5,\ -34,\ -11)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -1,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(-\frac{63}{62},\ -\frac{9}{31},\ \frac{27}{62}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{62}}(-7,\ -2,\ 3)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{21}} (-2,\ 1,\ -4)\,,\, \frac{1}{\sqrt{1302}} (5,\ -34,\ -11)\,,\, \frac{1}{\sqrt{62}} (-7,\ -2,\ 3) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 84. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (-3,\ -1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}(-3,\ -1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 1,\ 6)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(-\frac{1}{5},\ \frac{3}{5},\ 6\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{910}}(-1,\ 3,\ 30)$
$\vec{e}_3 = (0,\ 1,\ 2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(-\frac{3}{13},\ \frac{9}{13},\ -\frac{1}{13}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{91}}(-3,\ 9,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}} (-3,\ -1,\ 0)\,,\, \frac{1}{\sqrt{910}} (-1,\ 3,\ 30)\,,\, \frac{1}{\sqrt{91}} (-3,\ 9,\ -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 85. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 6

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (0,\,-4,\,3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{5}\,(0,\,-4,\,3)$
$\vec{e}_2 = (1,\,-2,\,-14)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(1,\,-\frac{186}{25},\,-\frac{248}{25}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{5\sqrt{3869}}\,(25,\,-186,\,-248)$
$\vec{e}_3 = (0,\,1,\,-3)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{558}{3869},\,-\frac{27}{3869},\,-\frac{36}{3869}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{3869}}\,(-62,\,-3,\,-4)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{5}\,(0,\,-4,\,3)\,,\,\frac{1}{5\sqrt{3869}}\,(25,\,-186,\,-248)\,,\,\frac{1}{\sqrt{3869}}\,(-62,\,-3,\,-4)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 86. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (-1,\,-1,\,1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,1)$
$\vec{e}_2 = (1,\,1,\,-4)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-1,\,-1,\,-2)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(-1,\,-1,\,-2)$
$\vec{e}_3 = (1,\,0,\,-1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{1}{2},\,-\frac{1}{2},\,0\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\,-1,\,0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\,-1,\,1)\,,\,\frac{1}{\sqrt{6}}\,(-1,\,-1,\,-2)\,,\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\,-1,\,0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 87. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (-2,\,2,\,4)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(-1,\,1,\,2)$
$\vec{e}_2 = (1,\,-2,\,-1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(\frac{1}{6},\,-\frac{7}{6},\,\frac{2}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{66}}\,(1,\,-7,\,4)$
$\vec{e}_3 = (-1,\,0,\,2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{3}{11},\,-\frac{1}{11},\,-\frac{1}{11}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{11}}\,(-3,\,-1,\,-1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\,(-1,\,1,\,2)\,,\,\frac{1}{\sqrt{66}}\,(1,\,-7,\,4)\,,\,\frac{1}{\sqrt{11}}\,(-3,\,-1,\,-1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$.

Corrigé 88. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (0,\,37,\,-3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{1378}}\,(0,\,37,\,-3)$
$\vec{e}_2 = (3,\,-1,\,0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(3,\,-\frac{9}{1378},\,-\frac{111}{1378}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{1900262}}\,(1378,\,-3,\,-37)$
$\vec{e}_3 = (1,\,0,\,0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3,\vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(\frac{1}{1379},\,\frac{3}{1379},\,\frac{37}{1379}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{1379}}\,(1,\,3,\,37)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{1378}} (0,\ 37,\ -3)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{1900262}} (1378,\ -3,\ -37)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{1379}} (1,\ 3,\ 37) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 89. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 6

$\vec{e}_1 = (1,\ -1,\ 3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{11}} (1,\ -1,\ 3)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle\, \vec{v}_1 = \left(\frac{14}{11},\ \frac{8}{11},\ -\frac{2}{11}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{66}} (7,\ 4,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -4,\ 1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle\, \vec{v}_2 = (1,\ -2,\ -1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}} (1,\ -2,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{11}} (1,\ -1,\ 3)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{66}} (7,\ 4,\ -1)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{6}} (1,\ -2,\ -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 90. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (0,\ -5,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{26}} (0,\ -5,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (2,\ 1,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle\, \vec{v}_1 = \left(2,\ \frac{1}{26},\ -\frac{5}{26}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2730}} (52,\ 1,\ -5)$
$\vec{e}_3 = (-2,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle\, \vec{v}_2 = \left(-\frac{2}{21},\ \frac{4}{21},\ -\frac{20}{21}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{105}} (-1,\ 2,\ -10)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{26}} (0,\ -5,\ -1)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{2730}} (52,\ 1,\ -5)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{105}} (-1,\ 2,\ -10) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 91. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (0,\ 0,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{1} (0,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 1,\ -23)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle\, \vec{v}_1 = (1,\ 1,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (-6,\ 0,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle\, \vec{v}_2 = (-3,\ 3,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1,\ 1,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left((0,\ 0,\ -1)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{2}} (1,\ 1,\ 0)\, ,\ \frac{1}{\sqrt{2}} (-1,\ 1,\ 0) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 92. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 7

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (-2,\ -1,\ 2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{3}\,(-2,\ -1,\ 2)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 2,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(-\frac{1}{3},\ \frac{4}{3},\ \frac{1}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{2}}\,(-1,\ 4,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ 4,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = (-1,\ 0,\ -1)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\ 0,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{3}\,(-2,\ -1,\ 2)\,,\ \frac{1}{3\sqrt{2}}\,(-1,\ 4,\ 1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{2}}\,(-1,\ 0,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 93. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (-1,\ 1,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\ 1,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 3,\ 1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = \left(\frac{4}{3},\ \frac{8}{3},\ \frac{4}{3}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\ 2,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (2,\ -2,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = \left(\frac{3}{2},\ 0,\ -\frac{3}{2}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ 0,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,(-1,\ 1,\ -1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{6}}\,(1,\ 2,\ 1)\,,\ \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ 0,\ -1)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 94. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (0,\ 1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{1}\,(0,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (0,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = (0,\ 0,\ -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{1}\,(0,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -161,\ 0)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = (-1,\ 0,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(-1,\ 0,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = ((0,\ 1,\ 0)\,, (0,\ 0,\ -1)\,, (-1,\ 0,\ 0))$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 95. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (2,\ 1,\ 0)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\|\vec{e}_1\|}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(2,\ 1,\ 0)$
$\vec{e}_2 = (-3,\ 1,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 = (-1,\ 2,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\|\vec{u}_2\|}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,(-1,\ 2,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (2,\ 1,\ 2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\, \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\, \vec{v}_2 = (0,\ 0,\ 2)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\|\vec{u}_3\|}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(0,\ 0,\ 1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} (2,\ 1,\ 0) , \frac{1}{\sqrt{5}} (-1,\ 2,\ 0) , (0,\ 0,\ 1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 96. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (1,\ 0,\ -2)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} (1,\ 0,\ -2)$
$\vec{e}_2 = (1,\ 4,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(\frac{2}{5},\ 4,\ \frac{1}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{9\sqrt{5}} (2,\ 20,\ 1)$
$\vec{e}_3 = (-1,\ -1,\ -1)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(-\frac{88}{81},\ \frac{11}{81},\ -\frac{44}{81}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{9} (-8,\ 1,\ -4)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} (1,\ 0,\ -2) , \frac{1}{9\sqrt{5}} (2,\ 20,\ 1) , \frac{1}{9} (-8,\ 1,\ -4) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 97. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (0,\ -1,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ -1,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ 0,\ 0)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = (-1,\ 0,\ 0)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{1} (-1,\ 0,\ 0)$
$\vec{e}_3 = (0,\ -9,\ -2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(0,\ -\frac{11}{2},\ -\frac{11}{2}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ -1,\ -1)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ -1,\ 1) , (-1,\ 0,\ 0) , \frac{1}{\sqrt{2}} (0,\ -1,\ -1) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 98. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (-2,\ 0,\ 1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\lVert\vec{e}_1\rVert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} (-2,\ 0,\ 1)$
$\vec{e}_2 = (3,\ -1,\ 4)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle \vec{e}_2, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 = \left(\frac{11}{5},\ -1,\ \frac{22}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_2\rVert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{\frac{14}{5}}} \left(\frac{11}{5},\ -1,\ \frac{22}{5}\right)$
$\vec{e}_3 = (0,\ 0,\ 2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_1 \rangle \vec{v}_1 - \langle \vec{e}_3, \vec{v}_2 \rangle \vec{v}_2 = \left(\frac{2}{63},\ \frac{22}{63},\ \frac{4}{63}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\lVert\vec{u}_3\rVert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3\sqrt{14}} (1,\ 11,\ 2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} (-2,\ 0,\ 1) , \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{14}} \left(\frac{11}{5},\ -1,\ \frac{22}{5}\right) , \frac{1}{3\sqrt{14}} (1,\ 11,\ 2) \right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 99. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précé- ← page 7

dents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant :

$\vec{e}_1 = (1,\ 0,\ -3)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(1,\ 0,\ -3)$
$\vec{e}_2 = (-4,\ 0,\ -2)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = \left(-\frac{21}{5},\ 0,\ -\frac{7}{5}\right)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{10}}\,(-3,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (0,\ 1,\ -2)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = (0,\ 1,\ 0)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{1}\,(0,\ 1,\ 0)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\,(1,\ 0,\ -3)\,,\,\frac{1}{\sqrt{10}}\,(-3,\ 0,\ -1)\,,(0,\ 1,\ 0)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

Corrigé 100. On applique l'algorithme, en enlevant à chaque étape les composantes selon les vecteurs précédents (sachant que, on le rappelle, les composantes selon des vecteurs *unitaires* sont données par des produits scalaires), et en divisant par la norme pour que ce soit unitaire. On obtient alors le tableau suivant : ← page 7

$\vec{e}_1 = (1,\ 0,\ -1)$		$\vec{v}_1 = \frac{1}{\Vert\vec{e}_1\Vert}\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ 0,\ -1)$
$\vec{e}_2 = (-1,\ -4,\ -1)$	$\vec{u}_2 = \vec{e}_2 - \langle\vec{e}_2, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 = (-1,\ -4,\ -1)$	$\vec{v}_2 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_2\Vert}\vec{u}_2 = \frac{1}{3\sqrt{2}}\,(-1,\ -4,\ -1)$
$\vec{e}_3 = (2,\ 0,\ -4)$	$\vec{u}_3 = \vec{e}_3 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_1\rangle\,\vec{v}_1 - \langle\vec{e}_3, \vec{v}_2\rangle\,\vec{v}_2 = \left(-\frac{8}{9},\ \frac{4}{9},\ -\frac{8}{9}\right)$	$\vec{v}_3 = \frac{1}{\Vert\vec{u}_3\Vert}\vec{u}_3 = \frac{1}{3}\,(-2,\ 1,\ -2)$

D'après l'algorithme de Gram-Schmidt, la famille :

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,(1,\ 0,\ -1)\,,\,\frac{1}{3\sqrt{2}}\,(-1,\ -4,\ -1)\,,\,\frac{1}{3}\,(-2,\ 1,\ -2)\right)$$

est l'orthonormalisation de la famille $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.