

1 Systèmes linéaires

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} les systèmes linéaires suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} 2x - 3y + 6z + 2t = 5 \\ y - 2z + t = 1 \\ z - 3t = 2 \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = -1 \\ x + 11y - z = 5 \end{cases}$$

$$(S_4) \begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2t = 1 \\ 5x + 4y + z + 3t = 14 \end{cases}$$

$$(S_5) \begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ x - y + z + t = 6 \\ x + y - z + t = 4 \\ x + y + z - t = 4 \end{cases}$$

$$(S_6) \begin{cases} 2x + 3y - 5z + 4t = 43 \\ -3x + 2y + z - 2t = 5 \\ 4x - y + 2z + 3t = -13 \\ 5x + y + 3z + t = -28 \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre dans \mathbb{C} les systèmes linéaires suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} x + iy + 2z = 0 \\ ix + 3z = 0 \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} -2x + y = -4 + i \\ x + iz = 2 - i \\ x - y - iz = 2 \end{cases}$$

$$(S_4) \begin{cases} x + y - z = 1 + 2i \\ ix - 3z = 3 - i \\ x + iy + z = 2 - i \end{cases}$$

$$(S_5) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + iy - z = i \\ -ix + (1 + i)y + 2iz = 1 \end{cases}$$

$$(S_6) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + jy + j^2z = 1 \\ x + j^2y + jz = 1 \end{cases}$$

Exercice 3. Discuter et résoudre les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ 2x - y - z + 3t = 0 \\ x - 2y + 2z - t = 1 \\ 2x + 2y - 2z + 5t = -1 \end{cases}$$

$$(S_2) \begin{cases} 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x + 3y + 3z = 7 \\ 3x + 8y - 7z = 3 \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 0 \\ x_1 + x_6 = 0 \\ x_2 + x_4 + 2x_6 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_5 + 2x_6 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 3x_6 = 0 \end{cases}$$

$$(S_4) \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 4x_4 = -8 \\ x_2 - 3x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 8x_4 = 0 \\ -x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -12 \end{cases}$$

Exercice 4. Trouver des conditions nécessaires et suffisantes sur les paramètres u, v, w, t pour que les systèmes suivants admettent des solutions, puis les résoudre :

$$(S_1) \begin{cases} x + 3y + 6z & = u \\ 3x + y + 3z & = v \\ 6x + 6y + z & = w \\ 7x + 9y + 7z & = t \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 3x - y - 2z & = u \\ -x + 3y - z & = v \\ -2x - 2y + 3z & = w \\ x - 3y + z & = t \end{cases}$$

$$(S_3) \begin{cases} 2x + y + 2z & = u \\ x + 2y + z & = v \\ x + y + z & = w \\ 4x + 3y + 4z & = t \end{cases} \quad (S_4) \begin{cases} x - y - z & = 0 \\ x + jy + j^2z & = u \\ j^2y + jz & = v \end{cases}$$